COLECCION DE TEXTOS NACIONALES—COSTA RICA

ENSEÑANZA PRIMARIA — AÑOS I Á IV

(MANUAL DEL MAESTRO)

CURSO ELEMENTAL

DE

ARITMÉTICA

ARREGLADO DE ACUERDO CON LOS PROGRAMAS OFICIALES

POR

F. F. NORIEGA,

PROFESOR DE PEDAGOGÍA, EX-CATEDRÁTICO DE ESTA Y DE OTRAS ASIGNATURAS EN LAS ESCUELAS NORMALES DE SANTANDER, COLOMBIA; EX-RECTOR DEL COLEGIO DE 2ª CATEGORÍA DE LA ASUNCION, VENEZUELA; EX-INSPECTOR DE ESCUELAS DE LA PROVINCIA DE ALAJUELA, COSTA-RICA.

1897

SAN JOSE
IMPRENTA COMERCIAL

DEDICATORIA

A los aventajados educacionistas

M. OBREGON L.

C. GAGINI.

B. CORRALES.

MANUEL MONGE C.

F. MONTERO BARRANTES.

ELIAS CASTRO UREÑA.

Afectísimo amigo y colega,

F. F. Noriega.

ADVERTENCIAS

En años anteriores, y cuando desempeñamos la Inspección de Escuelas de la Provincia de Alajuela, tuvimos oportunidad de notar el desbarajuste que reinaba en la enseñanza de la aritmética en algunas escuelas, por la falta de un programa bien meditado, y lo que es más aún, por la de un texto que guiara al maestro en la enseñanza de las proposiciones fijadas en aquél. De ahí que emprendiéramos el trabajo que empezó á publicarse en el *Boletín de las Escuelas Primarias*, y que hoy sale á luz en el presente volumen.

Para la labor emprendida nos han servido de base las conferencias que sobre la enseñanza de la aritmética nos dictó en la Escuela Normal el eminente Profesor alemán Alberto Blume, parte de las cuales fueron después publicadas para el uso de los maestros en otra forma por el mismo Profesor en asocio de su no menos aventajado colega, el institutor don Roque Julio Carreño. Para el lleno de la parte técnica, hemos considerado oportuno tomar lo más adecuado de los excelentes textos de Ritt, Vintejoux y Garcés, ya familiares á los maestros nacionales y á quienes recomendamos dichos textos, sobre todo por los bien meditados y variados problemas que contienen.

Por lo demás, creemos oportuno hacer á los maestros las siguientes advertencias:

1ª No enseñar nada á los niños sin ponerlos primero en el estado de aprender por su propio esfuerzo, según el uso que se les habitúe á hacer de sus facultades.

2ª En ningún caso se dará la palabra que expresa una idea sin haber iniciado ésta en la mente del niño, lo más objetivamente posible.

3ª Acostumbrar á los niños á que den siempre contestaciones completas, es decir, que en la contestación vaya envuelta la pregunta, evitando en todo caso las contestaciones implícitas.

4ª Las palabras que envuelven la idea principal, deben ser pronunciadas con énfasis. En las primeras lecciones de este tratado se indican con bastardilla.

Con esto se consigue, además de otras ventajas, la de que el maestro conoce si el alumno ha comprendido el asunto.

Aconsejamos por último, para el desarrollo de toda enseñanza, el método socrático, cuyo éxito está basado no solamente en la claridad y buena condición de las preguntas, sino también en el orden en que se hagan.

Si este trabajo fuere útil á los maestros, nuestras aspiraciones quedarán satisfechas y en breve se hará una segunda edición que contenga la materia del 5º y 6º años, que no se incluye en esta, por la premura del tiempo, para que los cuatro primeros sean puestos en práctica en el presente año. En tal concepto, agradeceremos las insinuaciones que se nos hagan por las personas entendidas, de las reformas ó enmiendas que creyeren convenientes para el mejor logro de nuestro trabajo.

F. F. N.

Alajuela, 1º de abril de 1897.

Nota.—Las proposiciones que van en tipo más pequeño (breviario), se harán aprender de memoria á los niños.

MANUAL DEL MAESTRO

CURSO ELEMENTAL DE ARITMETICA

PRIMER AÑO

CONOCIMIENTO Y VALOR DE LOS NÚMEROS DE 1 A 10.

(1)

—Qué tengo en la mano ?

—En la mano tiene *un* libro.

Hágase que todos repitan en coro la respuesta anterior, lo cual se hará con las demás que vayan dando los niños que se interroguen particularmente.

—Cuántos lápices tengo en la mano ?

—En la mano tiene *un* lápiz.

—Cuántas mesas hay en la escuela ?

—*Una* mesa.

—Nómbrenme las cosas que hay en la escuela *una* vez.

—En el salón de la escuela hay *un* tablero.

—*Un* globo.

—*Una* campana.

—Cuántos ojos tiene una persona ?

—Una persona tiene *dos* ojos.

—Nómbrenme las partes de nuestro cuerpo que tengamos *dos* veces.

—Tenemos *dos* brazos.

—*Dos* piernas.

—*Dos* orejas.

—*Dos* manos.

—*Dos* ventanas en la nariz.

De este modo se procederá con los demás números hasta 10, variando los ejercicios para hacer menos monótona la lección, así:

—Juan, sáqueme de entre estos libros, cuatro. —Alberto, cuente seis niños, mostrándolos y nombrándolos.—Escriba, Luis, 8 rayas en el tablero. —Pinte, José, el objeto que sepa pintar, tres veces.

—Vamos á contar estos libros.

El maestro tomará uno por uno los libros á la vista de la clase, que repetirá en coro:

—Uno, dos. . . . . . . .diez.

Se exige á un niño que vaya pasando con la regla, una á una las bolas de un alambre del *ábaco*, de modo que los demás cuenten como en el ejercicio anterior.

—Cuántos libros contamos ?

—Contamos *diez* libros.

—Cuántas bolas ?

—*Diez* bolas.

—Pedro, tome un libro.—Julio, separe Ud. una bola y muéstrela.

—Un solo objeto, lo llamaremos una *unidad*. —Repitan, pues, "la *unidad* es un solo objeto"

—Quién toma una unidad de entre estos objetos ?

—Este libro es una *unidad*.

—Esta pizarra es una *unidad*

—Cuántas unidades hay aquí ? (mostrando diez libros juntos.)

—*Diez* unidades.

—Muéstrenme todos la unidad en los dedos de la mano.

—Cuenten las unidades del alambre del *ábaco*. El maestro irá pasando las bolas del alambre para que los niños las vayan contando.

—Ahora cuenten á la inversa.

—Diez, nueve.........uno.

—Este ejercicio se repetirá hasta que los niños cuenten con facilidad, tanto en orden ascendente, como en orden descendente.

(2)

CIFRAS CON QUE SE REPRESENTAN LOS NÚMEROS.

Al empezar cada lección, el maestro hará una recapitulación de la anterior, ó por lo menos una reseña de los puntos más salientes, para tomar de ella el desarrollo de la siguiente.

—Cuenten en orden ascendente los números de uno á diez.

En seguida, en orden descendente, agregando luégo la palabra unidad, así:

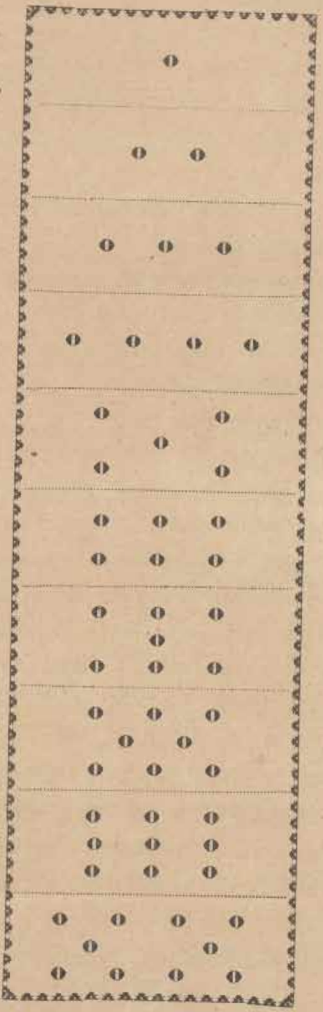
— Una unidad, dos unidades, tres unidades.... diez unidades.

—Diez unidades, nueve unidades......dos unidades, una unidad.

—Escriba, Roberto, el número *cuatro* con rayas.—Camilo, el *cinco* con puntos.—Miguel, el *nueve* con cruces, etc., etc.

El maestro exhibirá un cuadro de cartón de 60 á 70 centímetros de longitud, por 10 á 15 de latitud, así:

Cuadro A.



Y preguntará:

—¿Cuántos son estos puntos?

—Esos son *seis* puntos.—*Dos* puntos.—*Cuatro*......*ocho*......*diez* puntos.

—Muestre, Carlos, *cinco* puntos......siete......tres......

—Van ustedes á conocer las cifras con que se representan los números.

—Cuántos puntos estoy mostrando?

—Está mostrando *un* punto.

—Cuando nombramos un objeto cualquiera ¿qué número nombramos?

—El número *uno*.

—Van ustedes á conocer el número uno; pero antes de eso les diré que los números se escriben con líneas ó rasgos que se llaman *perfiles ó palotes*. Los perfiles son los rasgos que se hacen para arriba ó hacia la derecha y son más finos, así: (marcando con la tiza una raya hacia arriba y otra á la derecha).— Los palotes así: (una raya hacia abajo).

—Quién quiere escribir un perfil? Un palote?

—Cómo se escriben los perfiles?—Los palotes?—Cómo se llama un rasgo que se hace para arriba?—Para abajo?—Quién quiere escribir cuatro perfiles en el tablero?—Cuatro palotes?....

El número *uno* se escribe así:

Escríbase muy despacio.

—Cuántos rasgos tiene el número *uno*?

—El número uno tiene dos rasgos.

—Muéstrelos, Carlos.

—Cuántos palotes ?

—Tiene un palote.

—Quién quiere mostrarlo ?

—Cuántos perfiles ?

—Un perfil.

Como los perfiles se escriben hacia arriba y los palotes hacia abajo, podemos al marcarlos, decir *hacia arriba, hacia abajo* ó bien *perfil, palote.* Vamos á indicar cómo se escribe el número uno. Tomen el lápiz y levanten el brazo.

El maestro escribirá en el tablero y los niños indicarán en el aire, con el brazo extendido hacia adelante, los mismos movimientos al compás, diciendo:

Perfil, palote, UNO; ó bien *hacia arriba, hacia abajo,* UNO.

Este ejercicio se repetirá por tres ó cuatro veces, y luégo se harán sacar las pizarras de los cajones, por medio de voces preventivas y ejecutivas, lo cual ayuda á mantener la disciplina de la clase. Luégo que las pizarras estén convenientemente colocadas y los niños en aptitud de escribir, el maestro dará las voces de *hacia arriba, hacia abajo,* UNO; *perfil, palote,* UNO, y cuidará de que los niños las repitan á medida que escriban.

Después se harán salir alguos niños para que escriban el número en el tablero.

—Cuántos objetos indica el número uno ?

—El número uno indica *un* objeto.

—Nómbrenme objetos con el número uno y muéstrenlos.

—Este es *un* lápiz.

—Esta es *una* pizarra.

—*Un* banco.

—*Una* puerta.

—*Un* niño.

—Dónde han visto ustedes el número *uno* ?

—En el tablero.

—En los libros.

—En las puertas de las casas.

—En los cuadernos.

(3)

CONTINUACIÓN DE LO ANTERIOR.

Ateniéndonos al aforismo pedagógico que dice: *todo en la educación debe ir de lo simple á lo compuesto, de lo fácil á lo complicado*, etc., después de enseñar á escribir el número 1 se seguirá con el número 4 que, por su composición, es el más sencillo después de aquél.

Se señalará en el cuadro de puntos el número 4, y después de que los niños han dado las respuestas correspondientes, se escribe el número 4 en el tablero y se hará que los niños se ensayen describiéndolo en el aire, conforme se hizo con el número uno.

—*Palote, perfil, palote*, CUATRO, ó *hacia abajo, á la derecha, hacia abajo*, CUATRO.

Siguen los mismos ejercicios que se hicieron para enseñar el número 1, lo cual se practicará con los restantes.

En orden á sencillez para la enseñanza, sigue el número 7, que forma con los anteriores ya enseñados á conocer, la primera familia, de las tres en que se han dividido los números dígitos, en razón á la semejanza que tienen en su forma. La segunda familia la componen los números 0, 2, 6 y 9; y la tercera los restantes, 3, 5 y 8, orden en el cual se darán á conocer á los niños.

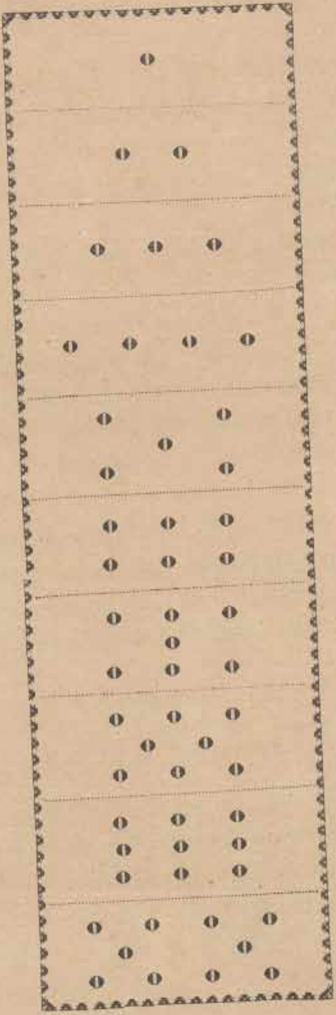
La enseñanza de los números que forman las dos familias que restan, dará tema para tres lecciones por lo menos, de modo que no deben enseñarse en cada lección, más de dos números.

(4)

ORDEN DE LOS NÚMEROS.

Se colocará en el tablero á la vista de la clase, el cuadro de puntos, y se irán escribiendo sucesivamente debajo de cada división, los números correspondientes, para lo cual se irán interrogando los niños.

Cuadro A.



1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Se les hará contar en orden ascendente y descendente, marcando primero el maestro con la regla, los números y los puntos del cuadro, y luégo algunos de los niños.

En seguida se mostrarán caprichosamente los números para que la clase los diga en coro, siempre en contestación completa, así:

—Ese es el número 5, á él corresponden *cinco* puntos.

—Ese es el número......

—Qué número sigue al número 2 ?

—Al número 2 sigue el número 3.

—Qué número sigue al número 8 ?

—Al número 8 sigue el número 9.

—Que número está antes del 10 ?

—Antes del 10 está el número 9.

—Qué número está antes del 6 ?

—El número 5.

—Qué número está entre el 5 y el 7 ?

—El número 6.

—Cuántos números hay antes del 4 ?

—Antes del 4 hay tres números, el 1, el 2 y el 3.

—Antes del número 7 ?

—Están el 6, el 5, el 4, el 3, el 2 y el 1.

———

(5)

DESCOMPOSICIÓN DE LOS NÚMEROS DE 1 Á 10.

—Cuántos libros son éstos?

—Esos son *dos* libros.

—En cuántas partes dividí los dos libros? (Tomando uno en cada mano.)

—Los dividió en dos partes.

—Cuántos libros contiene cada parte?

—Cada parte contiene *un* libro.

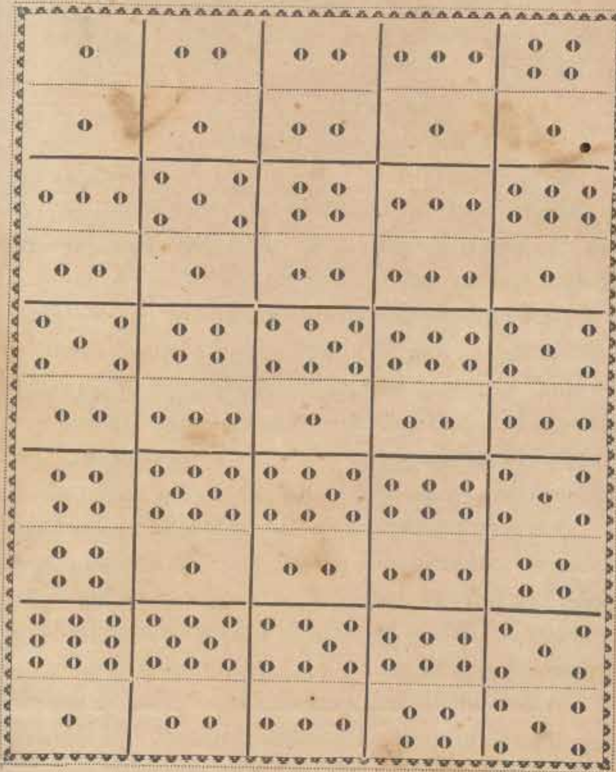
—Por consiguiente: *dos* son *uno* más *uno*.

Este ejercicio se repetirá con las bolas del ábaco, y con rayas y puntos en el tablero, y no solamente con el número 2, sino con los demás hasta diez, cuidando de que cada número se descomponga de cuantos modos sea posible.

La siguiente tabla servirá para adiestrar á los niños en la descomposición de los números. Tanto ella como las demás que se inserten, deberán ponerse en una tabla ó cartón de 70 centímetros de longitud por 50 de latitud. Los puntos se figurarán en los cuadros grandes con puntos negros del tamaño de un *cinco* ó menos.

CUADRO B

PARA LA COMPOSICION Y DESCOMPOSICION.



—El maestro, señalando la primera casilla ó cuadro subdividido que se encuentra en esta tabla, preguntará:

—En cuántas partes está dividido este cuadro?

—En *dos* partes.

—Cuántos puntos contiene cada cuadro pequeño de los dos en que está dividido este primer cuadro?

—Contiene *un* punto.

—Dos son, pues, *uno* más *uno*.

Esta expresión se indica así: $2=1+1$, y se lee de esta manera: dos es igual á uno más uno, ó bien dos son uno más uno, sin indicar el valor de los signos, sino como provisionales.

De la misma manera se verificará la descomposición de los demás números, pero ella será distribuída en cuatro tareas, de suerte que la primera comprenda los números de uno á cinco inclusive; la segunda los números seis y siete; la tercera los números ocho y nueve; y la cuarta el número diez.

A fin de que los niños no procedan maquinalmente, se cuidará de proponerles la descomposición de números tomados al acaso; pero siempre teniendo la tabla á la vista. Una vez estudiada y comprendida esta tabla, las tareas serán de memoria, primero en el orden indicado arriba, y luégo proponiendo números tomados al acaso. Luégo se presentarán cuestiones como ésta:

Dos son uno y cuántos ?
Cuatro son tres y cuántos ?
(Se procurará un orden lógico.)
Qué número se compone de cinco y tres ?
Cuál de tres y cuatro ? etc.

Las tareas que se sacan de la tabla anterior son las siguientes, llamadas de descomposición:

2	son	1	más	1
3	”	2	”	1
3	”	1	”	2
4	”	2	”	2
4	”	3	”	1
4	”	1	”	3
5	”	4	”	1
5	”	1	”	4
5	”	3	”	2
5	”	2	”	3
6	”	5	”	1
6	”	1	”	5
6	”	4	”	2
6	”	2	”	4
6	”	3	”	3
7	”	6	”	1
7	”	1	”	6
7	”	5	”	2
7	”	2	”	5
7	”	4	”	3
7	”	3	”	4

8	,,	7	,,	1
8	,,	1	,,	7
8	,,	6	,,	2
8	,,	2	,,	6
8	,,	5	,,	3
8	,,	3	,,	5
8	,,	4	,,	4
9	,,	8	,,	1
9	,,	1	,,	8
9	,,	7	,,	2
9	,,	2	,,	7
9	,,	6	,,	3
9	,,	3	,,	6
9	,,	5	,,	4
9	,,	4	,,	5
10	,,	9	,,	1
10	,,	1	,,	9
10	,,	8	,,	2
10	,,	2	,,	8
10	,,	7	,,	3
10	,,	3	,,	7
10	,,	6	,,	4
10	,,	4	,,	6
10	,,	5	,,	5

(6)

ADICIÓN Ó COMPOSICIÓN DE LOS NÚMEROS DÍGITOS.

—Un lápiz y un lápiz cuántos lápices son ?

—Son *dos* lápices.

—¿ Por qué ?

—Porque uno más uno son dos.

—Tres centavos más un centavo son cuántos centavos ?

—Son cuatro centavos.

—Por qué ?

— Porque tres más uno son cuatro.

—Ahora tenemos las ocho; qué horas tendremos dos horas después?

—Tendremos las diez, porque ocho más dos son diez.

Las tareas de adición que contiene el cuadro de la lección (5), son las siguientes:

1	más	1	=	2
2	,,	1	=	3
1	,,	2	=	3
3	,,	1	=	4
1	,,	3	=	4
2	,,	2	=	4
4	,,	1	=	5

1	”	4	=	5
3	”	2	=	5
2	”	3	=	5
5	”	1	=	6
1	”	5	=	6
4	”	2	=	6
2	”	4	=	6
3	”	3	=	6
6	”	1	=	7
1	”	6	=	7
5	”	2	=	7
2	”	5	=	7
4	”	3	=	7
3	”	4	=	7
7	”	1	=	8
1	”	7	=	8
6	”	2	=	8
2	”	6	=	8
5	”	3	=	8
3	”	5	=	8
4	”	4	=	8
8	”	1	=	9
1	”	8	=	9
7	”	2	=	9
2	”	7	=	9
6	”	3	=	9
3	”	6	=	9
5	”	4	=	9

4	„	5	=	9
9	„	1	=	10
1	„	9	=	10
8	„	2	=	10
2	„	8	=	10
7	„	3	=	10
3	„	7	=	10
6	„	4	=	10
4	„	6	=	10
5	„	5	=	10

Ahora es el caso de explicar el valor real de los signos + é =

Es preciso tener en cuenta que siempre es más fácil calcular con números abstractos que concretos. Por eso se ha convenido en admitir como fundamento del resultado de las anteriores cuestiones ó problemas, lo que en realidad no viene á ser sino una repetición del resultado.

Siguiendo el orden indicado en la tabla anterior, se impondrán á los niños tareas escritas sobre composición de los números dígitos, así:

$$1 + 1 =$$
$$2 + 1 =$$
$$1 + 2 =$$
$$3 + 1 =$$
$$1 + 3 =$$
$$2 + 2 =$$

El maestro escribe en el tablero estas tareas, sin indicar los resultados, los cuales deben ser hallados por los alumnos. Los siguientes problemas completarán esta lección:

1º—Tengo dos hermanas y á cada una le regalé tres rosas, cuántas rosas distribuí?

2º—Juan tiene dos pesetas y Pedro cinco; cuántas pesetas tienen ambos?

3º—Juan tiene dos hijos, y á cada uno dió dos pesetas; cuánto dinero repartió?

4º—Tengo que dar dos lecciones por la mañana y cuatro por la tarde; cuántas lecciones son en el día?

5º—Tengo hoy cinco clases é igual número mañana; cuántas son por todas?

6º—Ramón tiene dos hermanos: el uno tiene cinco años y el otro cuatro; cuánto suman las dos edades?

7º—Antonio recibió un real de su padre, y su madre le dió también un real; cuánto dinero tiene?

8º—Cuántos cuartillos contiene una moneda de dos cuartillos?

9º—Cuántas medias tiene un par de medias?

10º—Cuánto es preciso añadir á dos para obtener tres?

11º—Cuánto á uno para tener tres?

12º—Cuánto hace 1+1? 1+2? 2+1?

13º—Carlos tiene una moneda de á dos *cincos*, y una de uno; ¿cuántos cincos tiene?

14º—Guillermo tiene dos hermanas, la una tiene un año de edad, la otra dos más. cuál es su edad?

15º—Francisco recibió tres reales de su padre y José uno más, cuántos recibió el último?

16º—Cuánto es preciso agregar á tres para tener cuatro? A tres para tener 5? etc.

17º—Tengo dos libros en cada mano, cuántos tengo en las dos juntas?

18º—Tengo en cada mano un dedo pulgar, cuántos pulgares tengo en ambas manos?

19º—Cinco meses, más tres meses, cuántos meses son?

20º—Un trimestre tiene tres meses; 2 trimestres cuántos meses son?

21º—Una peseta y un cinco cuántos cincos son?

22º—Cuántas cuerdas tienen dos violines si cada uno tiene cuatro?

23º—Tres niños cuántos ojos tienen?

24º—Cuántos niños contienen dos bancas, en cada una de las cuales hay cuatro?

25º—Juanita tiene cinco años y Luis dos más, cuántos tiene Luis?

26º—Miguel tiene dos sombreros y Clotilde 4; cuántos sombreros tienen los dos juntos?

(7)

SUSTRACCIÓN DE LOS NÚMEROS DÍGITOS.

La tabla que en la lección quinta sirvió para la descomposición de los números, sirve también ahora para áuxiliar las operaciones de sustracción.

El maestro señalará la primera casilla subdividida y preguntará: cuántos puntos son estos?

En seguida mostrará uno de dichos puntos, y cubriéndolo, dirá: si este puuto lo quitamos de los dos puntos que habíamos visto, cuántos quedarán?

Dada la contestación, el maestro hará notar la consecuencia de que *dos* menos *uno*, es igual á *uno*. Esta expresión será escrita en el tablero para que los niños la conozcan.

Continuando el ejercicio, supóngase que se ha llegado al número 5. El maestro, señalando la casilla respectiva, preguntará: cuántos son los puntos en ella contenidos etc., y luégo, señalando una de las partes componentes de dicho número, exigirá que uno de los niños exprese de cuántos puntos consta; obtenido lo cual, cubrirá esta parte preguntando: si de los cinco puntos quitamos estos dos, cuántos quedan? Dada la respuesta, el maestro deducirá que 5 menos 2 son 3, lo que escribirá en el tablero. Hará ver al mismo tiempo que si lo que se quita son tres puntos, resultará que 5 menos 3 son 2. Lo mismo, exactamente, con los demás números.

Es seguro que después de hecha esta explicación en dos ó tres casos distintos, los alumnos quedarán impuestos de la manera como deben continuar la tarea, y entonces bastará que el maestro vaya mostrando los puntos de cada casilla. Ellos dirán, pcr ejemplo: seis (cuando el maestro señale todos los puntos de la casilla subdividida), menos cuatro, (cuando señale esta parte componente), igual á 2 (cuando muestre el resultado, ó sea la otra parte componente del número 6); y luégo: 6 menos 2 igual á 4. Se explicará el valor del signo —

Las tareas de sustracción que se pueden tomar de esta manera con la tabla de la lección 5ª, son:

2—1=1	6—4=2	8—2=6	10—9=1
3—2=1	6—2=4	8—5=3	10—1=9
3—1=2	6—3=3	8—3=5	10—8=2
4—2=2	7—6=1	8—4=4	10—2=8
4—3=1	7—1=6	9—8=1	10—7=3
4—1=3	7—5=2	9—1=8	10—3=7
5—4=1	7—2=5	9—7=2	10—6=4
5—1=4	7—4=3	9—2=7	10—4=6
5—3=2	7—3=4	9—6=3	10—5=5
5—2=3	8—7=1	9—3=6	....
6—5=1	8—1=7	9—5=4	....
6—1=5	8—6=2	9—4=5	....

Para hacer más claras estas operaciones y más palpables sus resultados, el maestro tendrá siempre el cuidado de aplicarlas en cada caso nuevo á la práctica, con objetos que estén á la vista de los niños. El ábaco, es lo más á propósito para ese efecto.

Estas tareas de sustracción, orales hasta ahora, se facilitarán mucho si á cada ejercicio se hace preceder el correspondiente de la adición, siempre por medio de la tabla, así:

1+1=2	5+1=6	3+5=8	9+1=10
2—1=1	6—1=5	8—5=3	10—1= 9
2+1=3	1+5=6	4+4=8	1+9=10
3—1=2	6—5=1	8—4=4	10—9= 9
1+2=3	4+2=6	8+1=9	8+2=10
3—2=1	6—2=4	9—1=8	10—2= 8
2+2=4	2+4=6	1+8=9	2+8=10
4—2=2	6—4=2	9—8=1	10—8= 2
3+1=4	3+3=6	7+2=9	7+3=10
4—1=3	6—3=3	9—2=7	10—3= 7
1+3=4	7+1=8	2+7=9	3+7=10
4—3=1	8—1=7	9—7=2	10—7= 3
4+1=5	1+7=8	6+3=9	6+4=10
5—1=4	8—7=1	9—3=6	10—4= 6
1+4=5	6+2=8	3+6=9	4+6=10
5—4=1	8—2=6	9—6=3	10—6= 4
3+2=5	2+6=8	5+4=9	5+5=10
5—2=3	8—6=2	9—4=5	10—5= 5
2+3=5	5+3=8	4+5=9	....
5—3=2	8—3=5	9—5=4	....

Después de esto los ejercicios serán de memoria y sin orden, y luégo se pasará á las tareas escritas. Al efecto, el maestro las escribirá en el tablero para que los alumnos las copien en las pizarras del modo indicado.

TAREAS PRÁCTICAS.

1º—Cuánto dinero debió devolvérsele á una persona que, para pagar pan por valor de un cinco, dió un diez ?

2º—Un niño debía aprender 4 oraciones; habiendo aprendido 3, cuántas le quedaron por aprender ?

3º—Enrique tenía una peseta y compró plumas por valor de un cinco; cuánto dinero le quedó?

4º—Félix dejó de concurrir á la escuela durante 3 días de la semana; cuántos días asistió ?

5º—Juan concurrió á la escuela durante cinco días de la semana; cuántos días dejó de asistir?

6º—María tiene hoy 7 años de edad; qué edad tenía dos años antes ?

7º—Francisco tiene 9 años de edad, su hermano tiene 3 años menos; cuál es la edad de éste ?

8º—Un cuaderno de escritura tiene 10 páginas, 6 de las cuales están escritas; cuántas páginas en blanco tiene ?

9º—Un palomar consta de 7 palomas, 5 de las cuales están por fuera; cuántas palomas hay actualmente en el palomar ?

10º—Pedro tenía 4 naranjas y regaló una á Juan; cuántas le quedaron ?

11º Cuánto falta para completar un peso sobre un real ?

12º—Alguien tiene que pagar cuatro reales: con qué clase de monedas puede verificarlo ?

13º—Cuando se quita uno de uno, qué queda ?

14º—Qué queda cuando se quita uno de dos ?

15º—Cuando de dos se quitan dos, qué queda ?

16º—Cuánto es preciso quitar á tres para tener uno ?

17º—Hace poco hice un viaje que duró una semana más un día, cuántos días gasté ?

18º—Qué número se puede quitar 9 veces de 9?

19º—Francisco tiene nueve cuartillos y compra naranjas por valor de 5, cuántos le quedan ?

20º—Marta tiene 10 años y su hermana 4, cuántos le lleva la primera ?

En este lugar debía darse á los niños idea de la multiplicación, y luégo de la división de los números dígitos; pero siendo muy limitado su tratamiento, se ha creído que es preferible para cuando dichas operaciones se verifiquen con números mayores.

(8)

CONOCIMIENTO DEL VALOR DE LOS NÚMEROS DE 10 A 20.

Siguiendo el método establecido, el maestro se valdrá de objetos, como libros, lápices, etc., de puntos marcados en el tablero y mejor que todo, del *ábaco;* pero ocultando á la vista de la clase las bolas de los alambres que no se necesiten para el desarrollo de la lección, y evitar así confusiones.

Para esta lección se presentará el ábaco con las diez bolas del primer alambre, las que se harán contar en coro por todos los niños, y se escribirá en el tablero el número 10. En seguida se colocará en el alambre que sigue hacia abajo, una bola y se volverá á contar incluyendo ésta. Son once bolas. Por consiguiente, diez bolas más una bola.

Diez bolas más una bola son *once* bolas.

— Cuántos grupos de diez bolas hay en el ábaco?

—Hay un grupo de diez bolas.

--Cuántas unidades son diez bolas ?

—Son *diez* unidades.

—Quién me quiere sacar de la caja de los lápices un grupo de diez unidades ?

Nómbrenme grupos de diez unidades con otros objetos.

—Los dedos de las dos manos forman un grupo de diez unidades.

—Los dedos de ambos piés, forman un grupo de diez dedos ó unidades.

—Estos diez libros, forman un grupo de diez unidades.

—Diez centavos, que forman un real sencillo ó *diez*.

Bien, un grupo de diez objetos iguales, ó sean diez unidades, forman lo que se llama *diez* ó mejor dicho una *decena*.

—Cuántas unidades tiene una decena?

—Una dec na tiene diez unidades.

—Cómo escriben ustedes una decena ó diez unidades?

Los niños lo dirán y lo escribirán en el tablero.

—Si á diez unidades ó una decena, agregamos una unidad, que resultará?

—Once unidades.

—De qué otro modo podremos decir?

—Podremos decir que si á una decena le agregamos una unidad, resulta una decena y una unidad.

—Vamos á escribir once unidades. Ya vimos que esto (mostrando el 10 escrito en el tablero), podemos leerlo de dos modos, ó bien diciendo "10 unidades" ó "una decena".

—Con qué número nombramos la decena ?

—Con el número 1.

—Qué lugar ocupa ese número en el número 10, contando de derecha á izquierda ?

—El segundo lugar.

—Ese lugar lo ocupan siempre las decenas. Luego si vamos á escribir una decena y una unidad, qué haremos ?

—Poner el 1 que representa la decena y al lado pondremos el 1 que representa la unidad.

—Qué lugar ocupan, pues, las unidades, contando hacia la izquierda ?

—El primer lugar.

—Vamos á contar ahora (se agrega á la bola del 2º alambre otra). Doce bolas.

—Cuántas unidades ?

—Doce unidades.

—Cuántas decenas ?

—Una decena y sobran dos unidades.

—Quién quiere escribir el número 12 ?

Para grabar más en los niños la idea de que la decena, antes de llegar á veinte, es invariable, hágase borrar el 1 de las unidades del 11, y en su lugar póngase el 2, lo que se hará con los demás números hasta 19.

Agréguese á las 9 bolas del segundo alambre, la bola restante y cuéntese siempre en coro:

—1, 2, 3, 4,.........17, 18, 19, 20.

—Cuántas bolas ?

—Veinte bolas.

—Cuántas decenas ?

—Dos decenas, una en un alambre y otra en el otro.

—Vamos á escribir el número 20, ó sea dos decenas.—Qué lugar dijimos que ocupaban las decenas en todo número ?

—El segundo lugar.

—Qué número escribiremos ?

—Un dos, y como no sobran unidades, se pone un cero en su lugar.

En seguida se repite el mismo ejercicio con las bolas para que los niños, según él, vayan escribiendo en las pizarras la siguiente tarea:

$$
\begin{aligned}
10+1 &= 11\\
10+2 &= 12\\
10+3 &= 13\\
10+4 &= 14\\
10+5 &= 15\\
10+6 &= 16\\
10+7 &= 17\\
10+8 &= 18\\
10+9 &= 19\\
10+10 &= 20
\end{aligned}
$$

En seguida el maestro cuestionará así:

—Si á diez bolas se agregan cinco bolas, cuántas resultan?

—Si á diez bolas se agregan 2, 7, 9, 8, etc., cuánto resulta ?

—Diez más 7.... 6.... 5.... 3.... 6.... etc., cuántas son ?

Escríbanse luégo en el tablero los números desde 1 hasta 20 inclusive, y ejercítese á los niños en contar en orden ascendente y descendente.

Para fijar el orden de los números, se preguntará:

1º—Qué número sigue al número 10 ,15, etc.?

ESCRITURA DE LOS NÚMEROS DE 10 Á 20.

—Vamos á escribir el número 20, ó sean dos decenas. Qué lugar dijimos que ocupaban las decenas en todo número ?

— El segundo lugar.

—Qué número escribiremos, pues, en ese lugar ?

—Un dos, y como no hay unidades, se pone un cero en su lugar.

En seguida se repite el mismo ejercicio con las bolas para que los niños, según él, vayan escribiendo en las pizarras la siguiente tarea:

$$10+1=11$$
$$10+2=12$$

10 + 3 = 13
10 + 4 = 14
10 + 5 = 15
10 + 6 = 16
10 + 7 = 17
10 + 8 = 18
10 + 9 = 19
10 + 10 = 20

En seguida el maestro cuestionará así:

—Si á diez bolas se agregan cinco bolas, cuantas tenemos?

—Si á diez bolas se agregan 2, 7, 8, 9, etc., cuántas tendremos?

—Diez más 7.... 3.... 5.... 9.... 6 etc., cuántos son?

Escríbanse luégo en el tablero los números desde 1 hasta 20 inclusive, y ejercítese á los niños en contar ascendiendo y descendiendo.

Para fijar el orden de los números, se preguntará:

1º—Qué número sigue al número 10, 15, 18, etc.?

2º—Qué número hay antes del 11, del 15, del 20, etc.?

3º—Entre qué números se encuentra el número 14, 18, 15, etc.?

4º—Qué número se encuentra entre 10 y 12, entre 16 y 18, etc.?

(9)

ADICIÓN DE LOS NÚMEROS DE 10 A 20.

El ábaco es un buen auxiliar para enseñar la adición de estos números.

Para averiguar, por ejemplo, cuánto suman 7 más 5, el maestro separará primero 7 bolas á las cuales agregará luégo 3, á fin de cubrir el número 10. Por los ejercicios de la lección (7), los niños saben que si de cinco bolas se quitan tres bolas, quedan dos bolas.

Se diría, pues, 7 bolas, más 3 bolas, son 10 bolas; 10 bolas más 2 bolas, son 12 bolas; por consiguiente, 5 bolas más 7 bolas, son 12 bolas.

El maestro hará que los niños repitan $7+5=12$. Cuando él haya explicado varias veces este procedimiento, dispondrá que los niños ejecuten por sí solos la adición, ya por medio del ábaco, ya valiéndose de otros objetos, como libros, pizarras, lápices, etc.

El maestro ejercitará á los niños en la tabla siguiente, de la misma manera que con la que figura en la lección (5).

Al mismo tiempo irá formulándola en el tablero sin anotar los resultados, así:

$9 + 2 =$
$2 + 9 =$
$8 + 3 =$
$3 + 8 =$
$7 + 4 =$
$4 + 7 =$

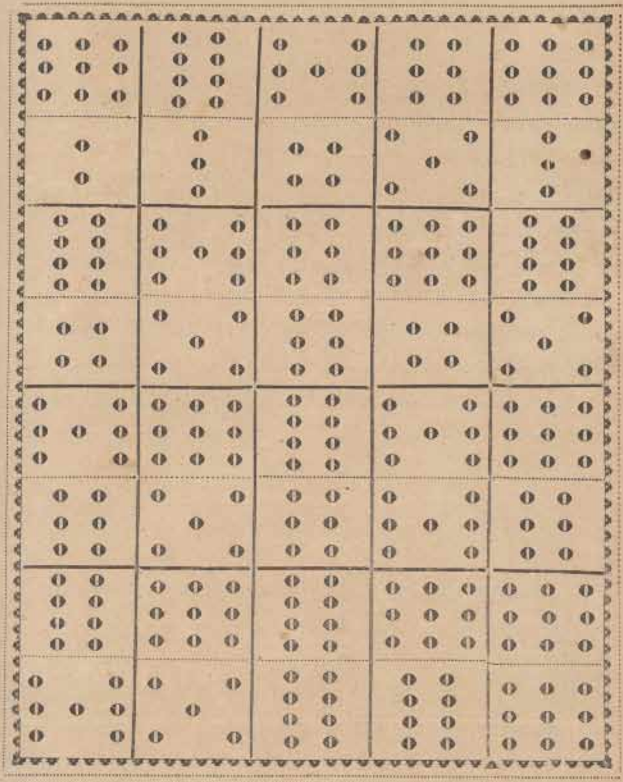
Etc. Etc. Etc.

Los niños copiarán estas operaciones y anotarán los resultados; pero no deben imponérseles tareas muy largas: una serie de las cinco que contiene la tabla, es bastante para un ejercicio.

Después, se propondrá la adición de números tomados al acaso.

El siguiente cuadro facilita mucho estas tareas. Debe formarse en un cartón, con las mismas dimensiones que el anterior B, ó en el tablero.

CUADRO C.



Finalmente, serán resueltas mentalmente las cuestiones que siguen, y otras semejantes:

1ª—Cuántos días componen 2 semanas? Se exigirá que el niño explique cómo halla el resultado. En el caso presente él dirá que 14 son los días que componen las 2 semanas, porque 7+7 son 14.

2ª—Cuántos reales tienen $ 2?

3ª—Carlos compró una libra de velas esteári cas por 8 reales y una libra de mantequilla por 6 reales; cuánto pagó por todo?

4ª—Siendo hoy 13 de febrero, en qué fecha empezará la semana entrante?

5ª—Cuántos reales suman un peso fuerte y 4 reales?

6ª—Ocho pesetas más 6 pesetas, cuántas pesetas son?

7ª—Ahora son las 9; qué horas serán 4 horas después?

---

(10)

SUSTRACCIÓN DE LOS NÚMEROS DE 10 A 20.

Un procedimiento inverso al que se siguió en la lección (8) para dar á conocer el valor de estos números, se seguirá para explicar la sustracción.

Fórmese de nuevo el número 11 por medio del ábaco. Ahora el maestro dirá:

—Si de estas once bolas quitamos una que habíamos agregado á las diez primeras, cuántas quedan?

—Cuántas son, pues, 11—1?

Del mismo modo se procederá con los demás números, hasta formar las siguientes tareas, indicando que la raya horizontal en forma de guión, que se halla entre los dos primeros números, se llama *menos*, y puesta entre dos números indica que la segunda se debe quitar de la primera, de suerte que 11—1=10, se lee "once menos uno, igual á diez."

11 — 1 = 10	16 — 6 = 10
12 — 2 = 10	17 — 7 = 10
13 — 3 = 10	18 — 8 = 10
14 — 4 = 10	19 — 9 = 10
15 — 5 = 10	20 —10 = 10

Y en seguida estas:

10 + 1 = 11	10 + 6 = 16
11 — 1 = 10	16 — 6 = 10
10 + 2 = 12	10 + 7 = 17
12 — 2 = 10	17 — 7 = 10
10 + 3 = 13	10 + 8 = 18
13 — 3 = 10	18 — 8 = 10
10 + 4 = 14	10 + 9 = 19
14 — 4 = 10	19 — 9 = 10
10 + 5 = 15	10 +10 = 20
15 — 5 = 10	20 —10 = 10

Este procedimiento se cambia cuando el sustraendo tiene más de una unidad y el resultado ha de ser menor que 10. En tal caso se descompondrá en dos partes que se sustraerán separadamente. Por ejemplo, para restar 5 de 12, colóquense 10 bolas en el alambre superior y 2 en el siguiente, lo que da 12 bolas. Pregúntese luégo:

—Cuántas bolas debemos quitar del alambre inferior para que quede vacío?

—Dos.

—Pero como no se trataba de quitar solamente dos bolas, sino 5, cuántas más debemos quitar?

—Tres.

—Y cuántas quedan?

—Siete.

—Por consiguiente, 12 bolas menos 5 bolas, son cuántas bolas?

Hágase repetir á los niños en abstracto: 12—5=7

11 — 2 = 9	12 — 6 = 6
11 — 3 = 8	12 — 7 = 5
11 — 4 = 7	12 — 8 = 4
11 — 5 = 6	12 — 9 = 3
11 — 6 = 5	13 — 4 = 9
11 — 7 = 4	13 — 5 = 8
11 — 8 = 3	13 — 6 = 7
11 — 9 = 2	13 — 7 = 6
12 — 3 = 9	13 — 8 = 5
12 — 4 = 8	13 — 9 = 4
12 — 5 = 7	14 — 5 = 9

14 — 6 = 8	15 — 9 = 6
14 — 7 = 7	16 — 7 = 9
14 — 8 = 6	16 — 8 = 8
14 — 9 = 5	16 — 9 = 7
15 — 6 = 9	17 — 8 = 9
15 — 7 = 8	17 — 9 = 8
15 — 8 = 7	18 — 9 = 9

En seguida del modo siguiente:

11 — 2 = 9	13 — 8 = 5
11 — 9 = 2	13 — 6 = 7
11 — 3 = 8	13 — 7 = 6
11 — 8 = 3	14 — 5 = 9
11 — 4 = 7	14 — 9 = 5
11 — 7 = 4	14 — 6 = 8
11 — 5 = 6	14 — 8 = 6
11 — 6 = 5	14 — 7 = 7
12 — 3 = 9	15 — 6 = 9
12 — 9 = 3	15 — 9 = 6
12 — 4 = 8	15 — 7 = 8
12 — 8 = 4	15 — 8 = 7
12 — 5 = 7	16 — 7 = 9
12 — 7 = 5	16 — 9 = 7
12 — 6 = 6	16 — 8 = 8
13 — 4 = 9	17 — 8 = 9
13 — 9 = 4	17 — 9 = 8
13 — 5 = 8	18 — 9 = 9

Ya se ha dicho que es muy conveniente que los niños practiquen por sí mismos en el ábaco, y que para evitar el hastío se cambien los objetos. Para ejercitar á los niños en la tabla de sustracción se valdrá el maestro del cuadro de la lección (9), siguiendo el mismo procedimiento que se empleó para la sustracción de los números dígitos. Así mismo conviene hacer preceder á cada ejercicio de sustracción el correspondiente de la adición.

9 + 2 = 11	7 + 4 = 11
11 — 2 = 9	11 — 4 = 7
2 + 9 = 11	4 + 7 = 11
11 — 9 = 2	11 — 7 = 4
8 + 3 = 11	6 + 5 = 11
11 — 3 = 8	11 — 5 = 6
3 + 8 = 11	5 + 6 = 11
11 — 8 = 3	11 -- 6 = 5

Y así en los demás números hasta 20.

---

(11)

CONOCIMIENTO Y VALOR DE LOS NÚMEROS DE 20 A 100.

Se hará que los niños cuenten, marcando y pasando el maestro las bolas contenidas en los dos primeros alambres.

—Son veinte bolas

—Cuántas unidades ?

—Veinte.

—Cuántas decenas ?

—Dos decenas.

Se pondrá una bola en el tercer alambre y se volverá á contar las 20 de los alambres anteriores, incluyendo esta última, y se continuarán ejercicios semejantes á los que se emplearon para escribir el número 11, teniendo el 10 por base.

Ejercicios:

—20 bolas más una bola, cuántas son?
—20 „ más dos „ „ „?
—20 „ más tres „ „ „?
Etc. Etc. Etc.

Continúese hasta 30, y luégo hágase lo mismo con los número 40, 50....hasta 100, en que se desarrollará la idea de *centena* conforme se desarrolló la de *decena*, recordando que 25 libras, por ejemplo, forman una arroba, 30 días un mes, 50 cigarros medio ciento, 60 minutos una hora, 100 centavos un peso, etc.

Esta lección habrá necesidad de subdividirla en dos ó más.

(12)

EJERCICIOS PARA CONTAR EN ORDEN ASCENDENTE Y DESCENDENTE.

Como á los niños se les dificulta pasar de una decena á otra, los siguientes ejercicios los adiestrarán:

1º—Qué número sigue al 29, al 49, al 69? etc.
2º—Qué número hay antes del 30, del 70? etc.

3º—Qué número hay antes del 43, del 63, del 85, del 92, del 97? etc.

4º—Entre qué números se encuentra el 36, el 54, el 62, el 75? etc.

5º—Entre qué números se encuentra el 30, el 50, el 70, el 90? etc.

6º—Qué número se encuentra entre el 25 y el 27, entre el 44 y el 46? etc.

Después se hará la explicación, siempre por el método de desarrollo, de cuáles son los números *pares*, y cuáles los *impares*. En seguida contarán hasta 100 los pares y los impares con 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 y luégo descendiendo.

(13)

ESCRITURA DE LOS NÚMEROS DE 20 A 100.

Partiendo del número 20, el maestro indicará la manera de escribir los números que constan de solo decenas, como 30, 40, 50, 80, etc. y del 21, del 22 etc. los que constan de unidades y decenas, como 45, 62, 79, 88, etc.

—Cómo se escriben 5 unidades, 14 unidades, 25, 60? etc.

—Con qué número se representan en decenas 20 unidades, 60, 80? etc.

Escriban 4 decenas y cinco unidades.—Cómo se lee ese número?

Escriban 9 decenas y 7 unidades, 5 decenas y 2 unidades, 8 decenas y 8 unidades? etc.—Cómo se leen esos números?

—Escriban 35, 53, 64, 46, 17, 71, es decir, números colocados en cierto orden, y después en orden inverso.

El maestro escribirá y pondrá á la vista de los alumnos, los números de 1 á 100, los leerá para que ellos los repitan y copien.

Después los enunciarán de memoria en orden ascendente y descendente.

Pregúnteseles dónde han visto números de dos cifras.

Escríbanse en el tablero las siguientes tareas, que los niños copiarán.

10 + 1=11	10 + 1=11	20 + 2=22
10 + 2=12	20 + 1=21	30 + 2=32
10 + 3=13	30 + 1=31	40 + 2=42
10 + 4=14	40 + 1=41	50 + 2=52
10 + 5=15	50 + 1=51	60 + 2=62
10 + 6=16	60 + 1=61	70 + 2=72
10 + 7=17	70 + 1=71	80 + 2=82
10 + 8=18	80 + 1=81	99 + 2=92
10 + 9=19	90 + 1=91	....
10 +10=20	10 + 2=12	....

Lo mismo con 3, 4 hasta 10; y también con 20, 30 hasta 100.

(14)

MULTIPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS DE 1 A 100.

—¿Cuántas líneas de puntos ven ustedes en el tablero?

—Dos líneas.

—Cuántos puntos tiene cada línea?

—Cuatro puntos.

—Cuántos tienen las dos?

—Ocho.

—Luego *dos* veces *cuatro* puntos cuántos son?

—Son ocho puntos.

Este mismo ejercicio se repetirá progresivamente con otros números y luégo se cambiarán los puntos del tablero por otros objetos, y aun con los mismos niños, haciendo que estos los practiquen también.

En estos varios ejercicios hágase que los niños comprendan la necesidad de aplicar la suma oral de las series en todos sentidos, así:

Seis veces tres son 18.

Y contando horizontalmente 6+6+6=18 y verticalmente 3+3+3+3+3+3=18.

Por medio del ábacc los niños resolverán otras cuestiones semejantes.

Explíquense y escríbanse en el tablero estas cuestiones:

1 vez 1=.... 1 vez 2=.... 2 veces 2=.... 3 veces 5=.... 2 veces 10=.... etc.

—Cinco veces uno cuánto dá ?

—Dos veces tres cuánto dá ?

—Cuánto dá cuatro veces uno ?

—Cinco veces dos ?

— Siete veces dos ?

Al dar el resultado hágase que los niños lo verifiquen en el ábaco ó con otros objetos.

Cuando el maestro comprenda que todos los niños de la clase pueden encontrar los productos en el círculo de los números de 1 á 100, sin vacilar, les propondrá la formación de la tabla de Pitágoras, que ya puede encomendarse á la memoria.

En seguida, enséñeseles el signo × que se pone en lugar de la palabra *veces*.

TAREAS ORALES.

1º—Cuántos reales son cuatro pesos ?

2º— Haciendo tres comidas en el día, cuántas haré en la semana ?

3º—Un reloj tiene dos punteros, cuántos punteros tendrán ocho relojes ?

4º—Cuántas manos se reunen entre diez niños ?

5º—Una mano tiene cinco dedos, cuántos tendrán cuatro manos ?

6º—Cuántas naranjas se reunen entre seis niños, cada uno de los cuales tiene cinco ?

7º—Hay en la escuela dos bancas, cada una de las cuales tiene cinco niños, cuántos contienen las dos bancas ?

8º—Una piña cuesta cinco centavos, cuántos costarán cinco piñas ?

9º —Un peso tiene ocho reales, cuántos tendrán cuatro pesos ?

10º—Un cuaderno tiene nueve hojas, cuántas páginas tendrá ?

Continúense estos ejercicios, variándolos en lo posible.

(15)

DIVISIÓN DE LOS NÚMEROS DE 1 A 20.

Comiéncese por hacer que los niños dividan algunos objetos que se les presenten, en dos partes iguales ó mitades. En seguida puede ponerse una serie de puntos, así: o o o o y hacer que uno la divida por mitad con una raya vertical.

—En cuántas porciones están divididos esos puntos ?

—Cuántos puntos contiene cada porción ?

—Cuántos son todos los puntos ?

—La mitad de cuatro puntos son, pues, cuántos puntos ?

Distribúyanse entre dos niños 6, 8, 10 libros y háganse las siguientes preguntas:

—Carlos, cuántos libros tiene Ud ?

—Y Juan cuántos ?

—Cuántos libros, pues, son la mitad de 6, 8, 10, etc. libros ?

—Cuál es entonces la mitad de 6, 8, 10, etc. ?

Los anteriores ejercicios darán lugar á la formación de la siguiente tabla:

La mitad de			2=1	La mitad de			12= 6
,,	,,	,,	4=2	,,	,,	,,	14= 7
,,	,,	,,	6=3	,,	,,	,,	16= 8
,,	,,	,,	8=4	,,	,,	,,	18= 9
,,	,,	,,	10=5	,,	,,	,,	20=10

Del mismo modo se hallará la 3ª, la 4ª, la 5ª, la 6ª, la 7ª y 8ª parte de los números hasta 20.

Se tendrá el cuidado de hacer preceder á cada caso de división, el correspondiente de la multiplicación, así:

$2\times2= 4$, la 2ª parte de $4=2$
$2\times3= 6$, la 3ª parte de $6=2$
$3\times5=15$, la 5ª parte de $15=3$ etc.

A fin de que los niños se posean bien de la naturaleza de la división, el maestro les explicará y hará que ellos expliquen, el sentido que envuelven razonamientos como éste: la 3ª parte de 12 es 4, lo que se consigue sirviéndose de números concretos. Ejemplo:—Si se reparten 12 naranjas entre 3 niños, cada uno recibirá cuatro naranjas.

En seguida, el maestro cuestionará:

—Dos es el doble de qué número ?

—Seis es el triple de qué número ?

—Qué número representa la mitad de 8 ?

—La tercera parte de 15 qué número es ?

Los mismos ejercicios con los demás números.

TAREAS PRÁCTICAS.

1º—Un año se compone de 12 meses, un trimestre, cuántos meses tendrá ?

2º—Se quiere hacer unas camisas con 12 metros de lienzo, cuántas se harán empleando 3 metros en cada una ?

3º—Guillermo tiene 6 años, Carmelita el doble, cuántos años tendrá ésta ?

4º—Dos pesos tienen diez pesetas, un peso cuántas tendrá ?

5º—Eduardo recitó 16 versos, Juancho la mitad, cuántos recitó éste ?

6º—Un obrero gana 18 reales en 6 días, cuántos gana en uno ?

7º—Francisco tenía 10 cincos, pèrdió 2, qué parte perdió de lo que tenía ?

8º— El flete de una bestia de silla cuesta dos pesos, ó sean 16 reales, por 4 leguas de camino, cuánto costará por una legua ?

9º—Si cuatro plumas cuestan un cinco, qué costará una docena ?

10º—Una arroba de sal vale 20 reales, cuánto valdrá una cuarta parte de la arroba ?

11º—Cuántas piezas tiene media docena ?

12º—Cuántos cuadernos se podrán comprar con 14 cincos, costando cada cuaderno 2 cincos ?

13º—Cuántas partes de á cuatro libras cada una, podrá hacer Gustavo con 16 libras ?

14º—Tres libras de azúcar valen 18 cincos, una libra cuánto valdrá ?

15º—Cómo se pueden pagar 8 reales con dos monedas ?

16º—2 reales son una peseta, 8 reales cuántas pesetas compondrán ?

17º— Un entero tiene dos mitades, 8 mitades cuántos enteros componen ?

18º—Cómo se podrán repartir 16 lápices en 2, 4, 8 partes iguales ?

19º—Roberto quería resolver 15 problemas en 3 horas, cuántos tendrá que resolver por hora ?

20.—El maestro regaló dos docenas de naranjas para todos los niños de la clase, y éstos son 8, cuántas le tocan á cada uno ?

SEGUNDO AÑO.

(1)

DE LOS NUMEROS DE 100 A 1,000.

Conforme se procedió para dar á conocer los números 10, 11, 12, 25, 60, etc. sobre la base del 9, se procederá para dar á conocer los números que pasen de 100, aunque no ya haciendo uso del *ábaco* sino de otros objetos. Bastarán algunos ejemplos que pongan en claro su composición, para que los niños aprendan á contar en orden ascendente hasta 1,000, así:

—Si á 100 niños se une otro, resultarán cuántos ?

—Si á 100 árboles se agregan seis, se tendrán cuántos ?

—100 árboles más 2 árboles, cuántos son?

—100 lápices más 9 lápices, cuántos son?

Cuando ya sepan contar en orden ascendente, se les ejercitará en el descendente, particularmente en el paso de decenas á centenas.

(2)

LECTURA Y ESCRITURA DE LOS NUMEROS DE TRES CIFRAS.

El maestro escribirá en el tablero los números 100, 200, 300, etc., los leerá; los niños repetirán, y se harán varios ejercicios para que se fijen bien en la mente de ellos. De igual modo procederá con los demás números de 3 cifras, pero ocupándose en particular, de los que sólo constan:

1º De *centenas* y *unidades* como 205, 800, etc.

2º De *centenas* y *decenas*, como 520, 770, etc.

3º De *centenas*, *decenas* y *unidades*, como 726.

Hecho esto, los alumnos escribirán los números de 100 á 1,000, en orden ascendente y descendente. Recuérdenseles los lugares en donde se hallen estos números, por ejemplo, en las monedas.

DESCOMPOSICIÓN DE ESTOS NÚMEROS EN CENTENAS, DECENAS Y UNIDADES.

Ya hemos visto que "decena" es una colección de "diez" objetos ó unidades de la misma especie, y "centena," una colección de "cien" objetos de la misma especie, cada una de las cuales debe considerarse como "un entero." Así, "un ciento" de cigarros, son cien cigarros, es decir una centena. Como todo objeto se considera como unidad, puede decirse que 100 cigarros representan 100 unidades.

Por consiguiente:

1 ciento	=	100	unidades	
2 "	=	200	"	
3 "	=	300	"	
4 "	=	400	"	etc.

Ahora estos números se descomponen en decenas, de esta manera:

1	ciento	tiene	10	decenas
2	"	"	20	"
3	"	"	30	"
4	"	"	40	"
5	"	"	50	"
6	"	"	60	"
7	"	"	70	"

8	,,	,,	80	,,
9	,,	,,	90	,,
10	,,	,,	100	,,

Ahora en decenas y unidades, así:

1	ciento	tiene	10	decenas	ó	100	unidades
2	,,	,,	20	,,	,,	200	,,
...							
10	,,	,,	100	,,	,,	1000	,,

Y por último, los números de 3 cifras se descompondrán en centenas, decenas y unidades.

Por ejemplo: 456 unidades son cuántas centenas, decenas y unidades?

—48 decenas, cuántas centenas y decenas son?

Este ejercicio se facilita mucho con la siguiente tabla que debe hacerse en el tablero:

CENTENAS	DECENAS	UNIDADES
4	5	6
4	8	0
9	0	2
	3	8

El maestro preguntará: 902 unidades, cuántas centenas, decenas y unidades son ?

—Son 9 centenas, decenas no hay y 2 unidades, etc.

Los ejercicios anteriores se efectuarán luégo á la inversa, así:

100	unidades	forman	1	centena
200	”	”	2	”
300	”	”	3	”
400	”	”	4	”
...				
10	decenas	forman	1	centena
20	”	”	2	”
...				

(3)

DE LA ADICION.

ADICION ORAL DE NUMEROS DE DOS CIFRAS.

Los discípulos deben adquirir la habilidad necesaria para hallar brevemente el resultado de las cuestiones como la siguiente:

—Cuánto dan 40+30 ?

Resolución: 4 decenas + 3 decenas = 7 decenas=70 unidades; por consiguiente, 40+30=70. Más brevemente: 4+3=7, luego 40+30=70.

El orden que debe seguirse en la enseñanza de la suma, es éste:

1º—A un número que conste exclusivamente de decenas, se agrega otro ú otros de igual naturaleza, como en el ejemplo anterior.

2º—A un número que conste solamente de decenas, se agregan decenas y unidades:

$$70 + 26 = ?$$

3º—A decenas y unidades, se agregan decenas:

$$54 + 30 = ?$$

4º—A decenas y unidades, se agregan decenas y unidades, de modo que las adiciones no pasen de 10:

$$43 + 52 = ?$$

5º—A decenas y unidades, se agregan decenas y unidades que, en estas últimas pasen de ó lleguen á 10:

$$56 + 38 = ?$$

No basta que los discípulos dén el resultado de estas cuestiones; debe exigírseles que indiquen la manera como se halla, que es lo que se llama *resolver la cuestión*. Ejemplos:

1º—Cuánto dan 56+38 ?

Resolución: 38=30+8; 56+30=86; 86+8=94 por consiguiente, 56+38=94.

TAREAS PRÁCTICAS.

1º—Cuántos días tienen octubre y noviembre juntos ?

2º—Una clase tiene 65 niños y otra 72, cuántos niños tendrán juntas ?

3º—Siendo hoy 17 de agosto, qué fecha será pasados 14 días ?

4º—Un jarro me costó 25 centavos y un vaso 20, cuánto pagué por los dos ?

5º—Roberto pagó 22 pesos el lunes y 44 el martes, cuánto pagó en los dos días ?

6º—En una jaula había 15 pájaros; se pusieron 25 más, cuántos hay dentro ?

7º—Compré una vaca por 65 pesos y un caballo por 27, cuánto dí por los dos ?

8º—Un tren de ferrocarril anda en la primera hora 36 cuadras, en la segunda 47, cuántas anda en las dos horas ?

9º—Vinieron por un lado 25 soldados y por otro 25, cuántos se reunieron ?

10º—Tengo 26 años, cuántos tendré dentro de 24 ?

SOLUCION POR ESCRITO DE PROBLEMAS DE ADICION.

El procedimiento que debe seguirse para verificar por escrito una adición difiere esencialmente de aquel que se ha enseñado para hacerla mentalmente, en el cual se toma todo un sumando como conjunto de unidades para agregarlo á los otros.

La acción del maestro en la enseñanza de la aritmética por escrito consiste: primero, en la explicación del procedimiento que debe adoptarse para resolver las cuestiones; segundo, en ejercitar mucho á los niños en la resolución de problemas, exigiéndoles siempre que le den cuenta del modo como se ejecutan. El maestro habrá establecido previamente cierto modo de resolverlos, el cual una vez fijado no debe variarse.

a. —Propóngase en primer lugar la adición de números dígitos; por ejemplo: cuánto suman 7 más 8, más 6, más 5, más 2?

Aquí debe enseñarse la manera de plantear la operación:

Para sumar números enteros se escriben los sumandos unos debajo de otros, de modo que queden unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas, y así sucesivamente. Se traza una línea horizontal por debajo de los sumandos, y se empieza á sumar de derecha á izquierda, primero las unidades, después las decenas, etc. Si la suma de cada columna no pasa de 9, se escribe debajo, pero si pasa de 9, contiene unidades de orden superior, las cuales deben agregarse á la columna siguiente. Cuando la suma de una columna no da un número cabal de unidades de orden superior, se escribe debajo el residuo, y si diere número completo de dichas unidades, se escribirá cero.

La adición propuesta arriba se planteará, pues, así:

$$\begin{array}{c} 7 \\ 8 \\ 6 \\ 5 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

Resolución: 7 más 8 son 15; 15 más 6 son 21; 21 más 5 son 26; 26 más 2 son 28.

Podría también resolverse así: $2 + 5 = 7$; $7 + 7 = 14$; $8 + 6 = 14$; $14 + 14 = 28$.

b.—Cuando ya los alumnos han adquirido destreza en ejecutar la adición de los números dígitos, se pasará á la de los compuestos de dos cifras, empezando por aquellos que sólo tienen decenas; por ejemplo:

$$40 + 90 = ?$$

Cuatro decenas, más 9 decenas, son 13 decenas, ó una centena y 3 decenas. Una centena se indica con el número 1 colocado en el tercer lugar; las 3 decenas se representan con el número 3, en el segundo lugar, y como no hay unidades, se pondrá cero en el lugar que les corresponde.

c.—Súmense cantidades compuestas de decenas y unidades, pero tales, que la suma de las unidades dé un número dígito; por ejemplo: cuánto suman 83+24 ?

Planteada la operación, según se ha enseñado, se resolverá así: 4 unidades más 3 unidades, igual á 7 unidades; 8 decenas más 2 decenas, igual á 10 decenas ó una centena y ninguna decena.

Súmense cantidades compuestas de decenas y unidades, tales que la suma de las unidades pase de 9. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 78 \\ 85 \\ \hline 163 \end{array}$$

Cinco unidades más 8 unidades, igual á 13 unidades, ó una decena y tres unidades; se colocan las 3 unidades en la columna de las unidades, y la decena se agrega á la columna de las decenas; una decena más 8 decenas, igual á 9 decenas; 9 decenas más 7 decenas, igual á 16 decenas, ó una centena y 6 decenas, que se escriben en sus respectivos lugares.

d.—Ahora deben presentarse otras cuestiones en que entren varios sumandos compuestos de variado número de cifras.

Al fin debe ejercitarse á los niños en verificar la operación, sin nombrar los sumandos.

En el curso de las operaciones, el maestro habrá tenido cuidado de enseñar los términos técnicos de la adición, cuales son: *sumandos* ó *partidas* y *total* ó *suma.*

(4)

DE LA SUSTRACCION.

En la sustracción entran dos cantidades, una de las cuales es mayor que la otra, y ésta se quita ó *sustrae* de aquella. Por ejemplo: si se trata de hallar la diferencia que hay entre las edades de dos hombres que tienen, el uno 80 años y el otro 20, la cantidad menor, que se llama *sustraendo*, se resta, quita ó *sustrae* de la mayor, que se llama *minuendo*, y el resultado, que en este caso es 60, se llama *resta* ó *diferencia*,

Se recordarán las funciones del signo —

Planteo y resolución.—Se escribe el minuendo y debajo el sustraendo, de modo que las unidades, decenas, centenas. etc., de ambos, queden en una misma columna. Trácese una línea por debajo y hállese la diferencia que hay entre la primera cifra de la derecha del minuendo y su correspondiente del sustraendo, y el residuo, si lo hubiere, se escribe debajo; y si no lo hubiere, se pondrá cero. Se procede lo mismo con las decenas, centenas, etc.

Cuando ocurra el caso de que una cifra del sustraendo sea mayor que su correspondiente del minuendo, entonces, para poder efectuar la operación, se toma una unidad del orden inmediato superior, que se divide en diez partes, para reducirla á unidades de orden inferior, las cuales se agregan á la cifra necesitada; pero al continuar la sustracción, se tendrá presente que la cifra siguiente quedó disminuida en una unidad.

Terminada la operación, para probar si está bien hecha, se suma el sustraendo con la diferencia, y la suma debe ser igual al minuendo.

Hágase verificar con frecuencia esta prueba, por ser una repetición de la adición.

RESOLUCIÓN POR ESCRITO DE PROBLEMAS SOBRE SUSTRACCIÓN.

1º—En primer lugar deben proponerse números que sólo consten de decenas; por ejemplo, 70—40.

Plantéase así:

$$\begin{array}{r} 70 \\ 40 \\ \hline \end{array}$$

Resolución.—Si se quitan 4 decenas de 7 decenas, resultan 3 decenas. No habiendo unidades, se pone en su lugar un cero.

2º—Números que solo constan de decenas, se sustraen de otros que tengan decenas y unidades; ejemplo:

$$\begin{array}{r} 76 \\ 30 \\ \hline 46 \end{array}$$

Resolución: 6 unidades, menos cero unidades, igual á 6 unidades, que se escriben en la columna de las unidades; 7 decenas, menos 3 decenas, igual á 4 decenas, que se escriben en la respectiva columna.

3º—De decenas y unidades se sustraen decenas y unidades. Ambas cifras del minuendo deben ser mayores que las del sustraendo. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 78 \\ 53 \\ \hline 25 \end{array}$$

4º—Números compuestos de decenas y unidades se restan de otros que solo tengan decenas.

$$\begin{array}{r} 80 \\ 34 \\ \hline 46 \end{array}$$

Resolución.—De cero unidades no pueden sustraerse 4 unidades; se tomará, pues, una unidad del orden inmediato superior, es decir, una decena, que se dividirá en diez partes iguales ó unidades, de las cuales se restarán las cuatro del sustraendo. Al hallar la diferencia de las decenas, se tendrá presente que las decenas del minuendo quedaron reducidas á 7, y es de este número del que deben quitarse las 3 del sustraendo.

5º—El minuendo y el sustraendo constarán ambos de decenas y unidades, pero las unidades de éste deben ser mayores que las de aquél. Elemplo:

$$\begin{array}{r} 91 \\ 48 \\ \hline 43 \end{array}$$

Como en este caso tampoco se pueden restar 8 unidades de 1, se toma 1 decena de las 9 que tiene el minuendo, y dividida en 10 unidades, se le agrega á la cifra necesitada; de la suma 11 se pueden restar ya las 8 unidades del sustraendo. Ya se ha dicho que al verificar la sustracción de las decenas debe tenerse presente que las del minuendo quedaron disminuidas en una.

Cuando ya los niños estén diestros en la resolución de estas sustracciones en que sólo entran números compuestos de dos cifras, se les enseñarán otras de números de tres, luégo de cuatro, cinco, etc. Ejemplo:

—¿ Cuál es la diferencia que hay entre los números 876 y 238 ?

$$\begin{array}{r} 876 \\ 238 \\ \hline 638 \end{array}$$

Resolución: De 6 unidades no se pueden restar 8; tómese, pues, una decena de las 7 que tiene el minuendo, y dividiéndola en 10 unidades, se agregan á las 6; 16 unidades menos 8 unidades, igual á 8 unidades que se escriben debajo. Las 7 decenas quedaron reducidas á 6; luégo se dirá: 6 decenas menos 3 decenas, igual á 3 decenas. 8 centenas menos 2, igual á 6 centenas. Y así con los números de más cifras.

LECCIONES ORALES DE SUSTRACCIÓN.

1º —Primeramente se buscará la diferencia entre números que sólo tengan decenas; los niños deben hallarla fácilmente; por ejemplo:

Qué queda si de 80 se quitan 50 ?

Cuál es la diferencia entre 90 y 30 ?

Propónganse también casos prácticos: si de un quintal de azúcar se venden 40 libras, cuántas libras quedan ? Pasados 30 minutos de una hora, cuántos quedan ?

2º—De un número que tenga decenas y unidades se quita otro que sólo conste de decenas. Ejemplo:

Si de 76 se toman 40, cuánto queda ?

Resolución oral: 76=70+6; 70—40=30; 30+6=36; luego 76—40=36.

3º—De decenas se quitan decenas y unidades. Ejemplo:

30—17 ?

Resolución: 17=10+7; 30—10=20; 20—7 =13; luego 30—17=13.

4º—De decenas y unidades, restar decenas y unidades.

Qué número da 91—28 ?

Respuesta: 28=20+8; 91—20=71; 71—8 =63; luego 91—28=63.

TAREAS PRACTICAS.

1º—Un individuo tenía 56 pesos, y gastó 30, cuántos le quedaron ?

2º—Carlos compró 72 plumas de las cuales se gastaron en un mes 38, cuántas le quedaron ?

3º—En una escuela hay 85 niños; salieron 32, cuántos quedaron ?

Puede también hallarse la diferencia calculando como en el ejemplo siguiente :

4º—En cuánto es mayor 72 que 38 ?

Respuesta : 72 es en 2 mayor que 70, y en 32 mayor que 40, luego en 34 mayor que 38.

5º—Un padre tiene 67 años de edad, y su hijo 29, cuántos años es menor el hijo que el padre ?

6º—Siendo hoy 18 de agosto, cuántos días faltarán para terminar el mes ?

7º—Cuántos días hay desde el 13 de Septiembre hasta el 25 del mismo mes ?

8º—Pablo tenía 36 bolas. Gana primero 12 y después pierde 25, cuántas le quedan ?

9º—Juan tiene 68 pesos ; paga 12 que debe y compra después un sombrero en 11, ¿cuánto le queda ?

10º—En una clase hay 72 niños, cumplen la edad escolar 24 y salen; cuántos quedan ?

TAREAS COMBINADAS DE SUMA Y RESTA

1º—Un pulpero tiene 96 barras de jabón, vende un día 14, al siguiente 10, y al otro 9, cuántas le quedan ?

2º—Un niño tiene 6 docenas de bolas y pierde 9, después le regalan 24 y vende 15, cuántas le quedan ?

3º—Hubo en Alajuela en el mes de julio 36 defunciones, en el de agosto 26. En el primero de estos meses nacieron 45 niños y en el segundo 27. Ha habido aumento ó diminución en la población y en cuántas personas ?

4º—A una escuela en que hay 84 niños entran 14 en un día; pero en otro salen 16 y en el siguiente 12, y el sábado enferman 9. Cuántos quedan dando sus lecciones ?

5º—Un pulpero tiene que hacer en un mismo día dos pagos : uno de 34 pesos y otro de 53. La suma total que adeuda asciende á 98 pesos. Cuánto le falta ?

6º—En un potrero hay 17 vacas con sus crías, 5 yuntas de bueyes y 25 novillos. Se vendieron 12 vacas, 14 novillos y una yunta de bueyes, ¿cuántas cabezas quedan en el potrero ?

7º—La edad de un padre es doble de la del hijo, y la de éste tiene 2 lustros menos 90 días. Cuál es la edad del padre ?

8º—A un niño le dió su padre 55 centavos y su madre 25. De esto le dió aquél á su hermanito 15 y gastó en frutas 16. Cuántos centavos le quedaron ?

(5)

DE LA MULTIPLICACION.

En la multiplicación entran dos cantidades llamadas *multiplicando* y *multiplicador*. El resultado de la operación se llama *producto*. El multiplicando y el multiplicador reciben también el nombre de *factores* del producto.

Se repetirá, después de algunos ejercicios de la tabla, el uso del signo ×. En este ejemplo: 6×8, se debe entender que la cantidad 6 debe multiplicarse por 8, y multiplicar 6 por 8, es tomar el 6 tantas veces cuantas indica el 8, así:

$$\begin{array}{r} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ \hline 48 \end{array}$$

Aquí se hará notar que la multiplicación es una adición abreviada, pues que lo mismo es multiplicar 6 por 8, que escribir 8 veces el 6 y sumar; el resultado siempre es 48.

El número que debe tomarse tantas veces como indica otro, es el que se llama multiplicando. El multiplicador es el que indica las veces que se ha de tomar el multiplicando.

La multiplicación se plantea así: se escribe el multiplicando, debajo el multiplicador, y se traza una línea, debajo de la cual se escribe el producto, como se ve á continuación:

$$\begin{array}{rl} & \left.\begin{array}{l} 6 \text{ multiplicando} \\ \times\ 8 \text{ multiplicador} \end{array}\right\} \text{factores} \\ \hline & 48 \text{ producto} \end{array}$$

El orden que debe seguirse es éste:

1º—Multiplicación de números dígitos. Para esto se harán repetir los ejercicios de la tabla pitagórica.

2º—Multiplicación de números compuestos de solo decenas, por un dígito:

Cuál es el producto de 30 por 6 ?

Planteada la operación según se ha enseñado, se resuelve así:

$$\begin{array}{r} 30 \\ 6 \\ \hline 180 \end{array}$$

Como no hay unidades simples que puedan tomarse 6 veces, se escribe 0 en el lugar de las unidades; en este caso puede decirse: 6 veces 0 unidades=0 unidades, que se escribe en su lugar; 6 veces 3 decenas, son 18 decenas, que se escriben al lado de la cifra que representa las unidades. De donde resulta que 6 veces 30 unidades, son 180 unidades.

3º—Multiplicación de número compuesto de unidades y decenas por un dígito, tales que el producto de las unidades simples sea un número dígito:

$$\begin{array}{r} 43 \\ 2 \\ \hline 86 \end{array}$$

2 veces 3 unidades=6 unidades, que se escriben debajo, 2 veces 4 decenas=8 decenas, que se colocan al lado de las unidades.

4º—Multiplicación de un número compuesto de unidades y decenas por dígito, tales que el producto de las unidades simples sea un número compuesto:

$$\begin{array}{r} 56 \\ 8 \\ \hline 448 \end{array}$$

5º—Multiplicación de un número compuesto de tres cifras, siempre que el producto por las centenas no pase de 10:

$$\begin{array}{r} 235 \\ 4 \\ \hline 940 \end{array}$$

TAREAS PRÁCTICAS.

1º—Un niño vive á 32 metros de la escuela, ¿cuánto recorre al día yendo dos veces á la escuela?

2º—Si un hombre paga seis reales diarios por su comida, cuánto pagará en un mes?

3º—El sonido recorre 340 metros por segundo. A qué distancia está un lugar en donde revienta una bomba cuyo estampido tarda en oirse 2 segundos desde que distinguimos el fogonazo?

4º—Cuánto valen 57 gallinas á 6 reales cada una?

5º—Cuántos cincos tienen noventa y ocho pesetas?

6º—Cuántos reales 120 pesos?

7º—6 niños han comprado una caja de plumas y se la han repartido por iguales partes. A cada uno le han tocado 25 plumas. Cuántas plumas tenía la caja?

8º—Cuántos meses son 72 semestres ?

9º—Un caballo anda 7 millas por hora y ha gastado 2 días con sus noches en un viaje. Cuántas millas ha caminado ?

10º—Cuántos pesos son 150 libras esterlinas (moneda inglesa que vale cinco pesos) ?

11º—Cuatro calles de café que contienen cada una 240 árboles, cuántos reunen entre todas ?

12º—Cuánto cuestan 68 fanegas de maíz á 4 pesos la fanega ?

---

(6)

DE LA DIVISION.

Después de algunos ejercicios en que los niños indiquen la midad, tercera, cuarta, etc. partes de los números que se les den, se llegará á explicarles más detenidamente lo que es la división. Se indica que una cantidad debe dividirse en tantas partes iguales como unidades tiene otra, así:

24÷4. La primera de estas cantidades se llama *dividendo*, es decir, número que se ha de dividir, y la segunda se llama *divisor* por ser la que indica las partes iguales en que la primera se debe distribuír. Los dos puntos colocados entre las dos se leen *dividido por;* la operación se llama *división* y el resultado de ella recibe el nombre de *cociente*.

Esta cuestión: $24 \div 4 = ?$ se puede leer de dos modos: 1º Cuántas veces el número 4 está contenido en el 24 ?; 2º Cuál es la 4ª parte de 24 ?

Al principio debe preferirse el segundo, que es el más comprensibe para los niños.

2º—Para probar que una división está bien hecha, se multiplica el cociente por el divisor; se agrega el residuo, si lo hubiere, y el resultado debe ser igual al dividendo; de lo contrario, la operación no ha sido bien ejecutada. Verifíquese esto con un ejemplo.

Es conveniente hacer muchas veces la prueba de la división, porque ocasiona la repetición de la adición y de la multiplicación.

3º—Así como la multiplicación se ha considerado como una adición abreviada, la división puede considerarse como una sustracción abreviada. En efecto, si se pregunta, cuántas veces el número 3 está contenido en el número 15, ocurre naturalmente la idea de restar el 3 del 15 cuantas veces sea posible, así:

	15
1ª vez	$\underline{3}$
	12
2ª vez	$\underline{3}$
	9
3ª vez	$\underline{3}$
	6
4ª vez	$\underline{3}$
	3
5ª vez	$\underline{3}$
	0

El número de veces que el 3 se ha restado del 15 indica las veces que aquel número está contenido en éste, que son 5.

4º—Una vez comprendido lo anterior, se procederá á resolver oralmente problemas en que el divisor sea un número dígito y el cociente uno de dos cifras. Limitando la tarea á aquellos casos en que el dividendo no pasa de 100, se deduce después, fácilmente, el camino que debe seguirse para resolver las cuestiones en que el dividendo y divisor constan de más de dos cifras.

Pero al principio debe ponerse todo muy al alcance del niño, por lo cual deben imponerse previamente tareas sobre división de números comprendidos entre 1 y 20.

5º—Dividir un número en dos partes iguales.

Enséñese primero lo siguiente:

La mitad de 20 es 10.
,, 40 es 20.
,, 60 es 30.
,, 80 es 40.
,, 100 es 50.

(7)

EJERCICIOS.

En seguida se propondrá la descomposición de los números exactamente divisibles por 2:

22	es	20	más	2
24	es	20	más	4
26	es	20	más	6
28	es	20	más	8
30	es	20	más	10
32	es	20	más	12
34	es	20	más	14
36	es	20	más	16
38	es	20	más	18
42	es	40	más	2
44	es	40	más	4
46	es	40	más	6
48	es	40	más	8
50	es	40	más	10
52	es	40	más	12
54	es	40	más	14
56	es	40	más	16
58	es	40	más	18
62	es	60	más	2
64	es	60	más	4
66	es	60	más	6

68	es	60	más	8
70	es	60	más	10
72	es	60	más	12
74	es	60	más	14
76	es	60	más	16
78	es	60	más	18
82	es	80	más	2
84	es	80	más	4
86	es	80	más	6
88	es	80	más	8
90	es	80	más	10
92	es	80	más	12
94	es	80	más	14
96	es	80	más	16
98	es	80	más	18

Se pasará ahora á resolver oralmente problemas referentes á los números de 20 á 100. Ejemplo:

—Cuál es la mitad de 54 ?

Resolución: 54=40+14; la mitad de 40 es 20, y la de 14, 7; 20+7=27; luego, la mitad de 54 es 27.

En seguida casos prácticos :

La mitad de 20 pesos, cuánto es ?

Cuántos minutos tiene media hora ?

Cuántas semanas son medio año ?

Cuántos años son medio siglo ?

Cuántas libras son medio quintal ?

Si 2 arrobas de azúcar valen 42 reales, cuánto valdrá una arroba ?

Continúense los ejemplos.

6º—Dividir un número en 3 partes iguales.

Enséñese lo siguiente:

La tercera parte de 30 es 10
,, ,, ,, ,, 60 es 20
,, ,, ,, ,, 90 es 30

Luégo la descomposición de los números exactamente divisibles por 3; es ésta:

33	es	30	más	3
36	es	30	más	6
39	es	30	más	9
42	es	30	más	12
45	es	30	más	15
48	es	30	más	18
51	es	30	más	21
54	es	30	más	24
57	es	30	más	27
63	es	60	más	3
66	es	60	más	6
69	es	60	más	9
72	es	60	más	12
75	es	60	más	15
78	es	60	más	18
81	es	60	más	21
84	es	60	más	24

87	es	60	más	27
93	es	90	más	3
96	es	90	más	6
99	es	90	más	9

Aplicación á la práctica:

Si 3 libras de mantequilla valen 12 reales, cuánto valdrá una libra? (La tercera parte de 12 reales es 4 reales.)

Tres personas han comprado 72 plumas de acero; cuántas tocan á cada cual?

Dividido un día en tres partes iguales, cuántas horas constituyen cada parte?

Cuántos minutos corresponden á cada una de las tres partes en que puede dividirse una hora, ó sean 60 minutos?

7º—Dividir un número en 4 partes iguales.

La 4ª parte de 40 es 10

" " " 80 es 20

DESCOMPOSICIÓN DE LOS NÚMEROS DIVISIBLES POR 4.

44	son	40	más	4
48	son	40	más	8
52	son	40	más	12
56	son	40	más	16

60	son	40	más	20
64	son	40	más	24
68	son	40	más	28
72	son	40	más	32
76	son	40	más	36
84	son	80	más	4
88	son	80	más	8
92	son	80	más	12
96	son	80	más	16
100	son	80	más	20

Aplicación á la práctica:

Un cuarto de hora cuántos minutos son?

Cuántas libras son la cuarta parte de un quintal?

El año se divide en 4 estaciones; cuántos meses corresponden, pues, á cada estación?

Cuántos reales son la cuarta parte de tres pesos sencillos?

Un procedimiento igual al que acaba de indicarse se seguirá para enseñar á hallar la 5ª, 6ª, 7ª, 8ª y 9ª partes.

(8)

RESOLUCIÓN POR ESCRITO DE LA DIVISIÓN

1º—Impónganse tareas en que el divisor y el cociente sean números dígitos, pero de suerte que quede un residuo. Para este efecto es indispensable que los niños conozcan la tabla de la división de 20 á 100, con cociente exacto primero, y luégo con residuo, como cuando se trata de hallar la 6ª parte de 38.

Para mayor inteligencia de esta operación, debe tratarse objetivamente: así, para enseñar á hallar la tercera parte de 14, por ejemplo, se tomarán 14 pizarras, libros ú otros objetos indivisibles y se destribuirán de uno en uno entre tres niños. Cada niño recibirá 4 libros y sobrarán 2; de donde se deducirá que la tercera parte de 14 son 4, y sobran 2.

El maestro explicará muchos problemas de este tenor.

La siguiente tabla facilitará el cálculo:

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Los discípulos se acostumbran pronto á hallar por medio de esta tabla, los resultados apetecidos. Suponiendo, por ejemplo, que haya que sacar la 4ª parte de 29, los discípulos se fijarán en la 4ª serie de productos del cuadro anterior:

40
36
32
28
24
20
16
12
8
4

Entre estos productos se tomará el número 28, que es el que más se acerca al producto. Como la 4ª parte de 28 es 7, se tendrá que 7 es también la 4ª parte de 29, y sobra 1.

2º—La división se plantea también así:

$$6 \div 48 =$$

Y se lee: cuál es la 6ª parte de 48 ?

Ya se ha dicho que dos puntos (÷) son el signo de la división. La cantidad que va antes de él debe dividir á la que va después. En el ejemplo propuesto, el número 6 es la cantidad por la cual debe dividirse el número 48.

El maestro presentará problemas prácticos en que el divisor y el cociente sean números dígitos, los cuales serán resueltos por escrito.

(9)

DIVISIÓN DE COMPUESTO POR DÍGITO, CUYO COCIENTE SEA COMPUESTO.

1º—Las unidades, decenas, centenas etc, por separado deben contener exactamente el divisor, por ejemplo:

Cuál es la mitad (2ª parte) de 486 ?

Planteo y resolución:

$$2 \div 486 = 243$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 8 \\ 8 \\ \hline 6 \\ 6 \\ \hline 486 \end{array}$$

La cantidad 486, que debe dividirse en dos partes iguales, consta de 4 centenas, 8 decenas y 6 unidades. Primero se procederá á buscar la mitad de 4 centenas. La mitad de 4 libros son 2 libros, luego la mitad de 4 centenas son 2 centenas. Estas 2 centenas se tomarán 2 veces: 2 veces 2 centenas son 4 centenas, que si se quitan de las 4 centenas del dividendo, no queda nada. Ahora se buscará la mitad de 8 decenas, y procediendo como se acaba de enseñar, se continuará así hasta acabar.

2º—La cifra superior del dividendo debe ser mayor que el divisor. Ejemplo:

Cuál es la 6ª parte de 739 ?

Planteo y resolución:

$$
\begin{array}{l}
6 \div 739 = 123 \\
\ \ 6 \\
\hline
\ \ 13 \\
\ \ 12 \\
\hline
\ \ \ \ 19 \\
\ \ \ \ 18 \\
\hline
\ \ \ \ \ \ 1
\end{array}
$$

La sexta parte de 7 centenas es 1 centena; 6 veces 1 centena son 6 centenas, que restadas de las 7 del dividendo, queda una. Una centena es igual á 10 decenas, más 3 decenas, son 13. La sexta parte de 13 decenas son 2 decenas, etc., etc.

Fácil es demostrar que este procedimiento es el más natural. Supóngase que 739 pesos deben distribuirse entre 6 personas; la suma dicha puede considerarse como que consta de 7 billetes de banco de á 100 pesos, de 3 billetes de á 10 pesos y de 9 billetes de á 1 peso. De los 7 billetes, cada persona recibirá uno y sobra uno, que puede cambiarse por 10 billetes de á 10 pesos. De estos 13 billetes, recibirá 2 cada persona, etc., etc.

3º—La cifra superior del dividendo es menor que el divisor. Ejemplo:

Cuál es la 7ª parte de 364 ?

$$7 \div 364 = 52$$

La 7ª parte de 36 centenas son 5 centenas; 7 veces 5 centenas=35 centenas, etc.

4º—El cociente carece de unidades simples, de decenas, ó de centenas, etc. Ejemplo:

a. Cuál es la 6ª parte de 540 ? (90)

b. Cuál es la 4ª parte de 824 ? (206)

c. Cuál es la 3ª parte de 309 ? (103)

Después de ejercitarse los niños en la resolución de tareas de división en el orden fijado, pueden proponerse tareas referentes á los casos 1º á 4º sin orden alguno.

---

(10)

DEL DIVISOR COMPUESTO DE DOS CIFRAS.

Primero se dividirá por 10, 11 ó uno de los números 12, 15, 16, 24, cuyos productos por 2 á

9 son conocidos. Si los discípulos no conocen esos productos, es conveniente hacerlos escribir en la pizarra al lado de la operación que se va á practicar. Así, si el divisor fuere 17, por ejemplo, los alumnos escribirán los productos.

17
34
51
68
85
102
119
136
153
170

De estos números se tomará el próximo inferior al que debe dividirse.

Muy conveniente es formar en cartón la tabla siguiente, que se pondrá á la vista de los alumnos:

11	12	15	16	24	25	30
22	24	30	32	48	50	60
33	36	45	48	72	75	90
44	48	60	64	96	100	120
55	60	75	80	120	125	150
66	72	90	96	144	150	180
77	84	105	112	168	175	210
88	96	120	128	192	200	240
99	108	135	144	216	225	270
110	120	150	160	240	250	300

Pero esta tabla y el escribir los productos en la pizarra son auxilios que deben evitarse cuanto antes. Es preciso indicar otro medio de hallar el cociente apetecido, á saber: si se quiere dividir, por ejemplo, 438 por 72, búsquese la 70ª parte de 438 ó la 7ª parte de 43. La 7ª parte de 438, es 6, luego también será 6 la 70ª parte de 438, como lo confirmaría la prueba por la multiplicación. Lo que se hace, pues, es dividir por un número que representa casi el valor del divisor real.

Si el divisor no fuera 71, 72, 73 ó 74, sino 76, 77, 78 ó 79, sería mejor hallar la 80ª parte, pues los cuatro últimos números se acercan más á 80 que á 70. Trátese, por ejemplo, de hallar la 76ª parte de 438. La 80ª parte de 438 ó la 8ª parte de 43 es 5, luego la 76ª parte de 438 debe ser 5.

Aunque esta regla no satisfará siempre, pues la 70ª parte de 645, por ejemplo, es 9, y la 72ª del mismo no es 9 sino 8, ella servirá, no obstante, de guía.

De vez en cuando debe ponerse un cociente que sea mayor ó menor que el verdadero; por ejemplo:

$$72 \div 645 = 9$$
$$648$$

El producto del divisor por el cociente no puede restarse del dividendo, lo que indica que el cociente escrito no es el verdadero, sino que debe ser otro menor.

$$87 \div 529 = 5$$
$$435$$
$$\overline{94}$$

En este caso el residuo es mayor que el divisor, luego el cociente debe ser mayor.

---

(11)

DIVISION POR 10 Y SUS POTENCIAS.

Si 765, por ejemplo, se divide por 10, las 7 centenas pasarán á expresar decenas, las 6 decenas vendrán á ser unidades y las 5 unidades serán el residuo, como se ve á continuación:

$$
\begin{array}{r}
10 \div 765 = 76 \\
70 \\
\hline
65 \\
60 \\
\hline
5
\end{array}
$$

Ahora divídase el número 765 por 100:

$$
\begin{array}{r}
100 \div 765 = 7 \\
700 \\
\hline
65
\end{array}
$$

En esta operación quedan dos cifras de residuo, y en la anterior quedó una; por donde se comprenderá fácilmente que para dividir un número por 10, por 100 y en general por la unidad seguida de ceros, basta separar de la derecha del dividendo tantas cifras como ceros haya después de la unidad que sirve de divisor. Las cifras separadas á la derecha serán el residuo.

Es muy conveniente practicar ejercicios mentales sobre esta abreviación.

Advertencias. 1ª—No teniendo los niños nociones sobre los quebrados, no debe dársele esta forma á la resta que queda de la división, sino hacérsela considerar como un sobrante ó residuo.

2ª—Se ha dicho que una cuestión como esta $4 \div 24 = ?$ se puede leer de dos maneras, á saber: cuántas veces el número 4 está contenido en el 24? ; cuál es la 4ª parte de 24?

TAREAS PRACTICAS.

1º—Un empleado gana $ 144 anuales, qué gana en un mes?

2º—Juan compró un caballo en $ 24, cuántos podrá comprar con $ 480?

3º—Un batallón tiene 960 plazas y queremos dividirlo en pelotones de á 32 hombres, cuántos pelotones resultan?

4º—Un salón tiene 840 lozas en hileras de á 35, cuántas hileras tiene?

5º—Un capitán quiere destribuír 752 cápsulas que tiene, entre 67 soldados, cuántas ha de dar á cada uno ?

6º—Cuál es la vigésima quinta parte de 750 ?

7º—Cuántos pesos son 640 décimos ?

8º—Si una onza tiene $ 16, cuántas onzas son $ 496 ?

9º—Cuántas horas son 960 minutos ?

10º—Un folleto tiene 456 páginas, cada página 24 renglones, cuántos renglones tiene ?

(12)

DE LA NUMERACIÓN ROMANA

Las cifras con que hasta ahora se han representado los números, sellaman arábigas, porque fueron inventadas por los árabes en el siglo XI de la éra cristiana, y de ahí el nombre de números arábigos que se les dá.

Los romanos usaron para representar los números, de las letras del alfabeto latino (romano), y de ahí el nombre de numeración romana que aún tienen para indicar el orden de los capítulos, lecciones, etc. en que se divide una obra, el número de orden de los reyes, emperadores, papas, como Carlos V, Guillermo II, León XIII etc.

Para expresar estos números se usan siete letras y sus combinaciones, así:

I	que	significa	uno.
V	,,	,,	cinco.
X	,,	,,	diez.
L	,,	,,	cincuenta.
C	,,	,,	ciento.
D	,,	,,	quinientos.
M	,,	,,	mil.

La repetición de una letra indica que se repite su valor tantas veces como la letra:

II	vale	dos.
III	,,	tres.
XX	,,	veinte.
CC	,,	doscientos.

Una letra puesta á continuación de otra de mayor valor, la aumenta tanto como ella vale:

VI	vale	seis.
VIII	,,	ocho
XV	,,	quince.
LX	,,	sesenta.

Una letra de menor valor puesta antes de otra de mayor valor, disminuye el valor de la segunda en tanto cuanto vale la primera:

IV	vale	cuatro.
IX	,,	nueve.
XC	,,	noventa.

Número.	*Letras romanas.*
1	I
2	II
3	III
4	IV
5	V
6	VI
7	VII
8	VIII
9	IX
10	X
11	XI
12	XII
13	XIII
14	XIV
15	XV
16	XVI
17	XVII
18	XVIII
19	XIX
20	XX
30	XXX
40	XL
50	L
60	LX
70	LXX

Número.	*Letras romanas.*
80	LXXX
90	XC
100	C
200	CC
500	D
1,000	M

---

(13)

DE LOS NUMEROS SOBRE MIL.

LECTURA Y ESCRITURA DE ESTOS NÚMEROS.

Se procederá para dar á conocer estos números, como se procedió para dar á conocer los números sobre 10 y 100.

En seguida se procederá á dividir estos números de derecha á izquierda, en porciones de tres cifras. Entre el sexto y sétimo números la coma se colocará en la parte superior, así: 5'674,586.

---

(14)

DESCOMPOSICIÓN EN UNIDADES, DECENAS, CENTENAS, MILLARES, etc.

---

10 unidades forman	1 decena.
10 decenas forman	1 centena.

10 centenas forman 1 millar.
10 millares forman 1 decena de millar.
10 dec. de millar forman 1 centena de millar.
10 centenas de millar forman 1 millón.
Fórmese en el tablero el siguiente cuadro:

Millón	*Centena de millón*	*Decena de millón*	*Millar*	*Centena*	*Decena*	*Unidad*
,,	,,	,,	5	6	3	4
,,	,,	8	9	2	7	6
,,	5	2	3	0	8	7
,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,

Leídos por los alumnos los números que figuran en el cuadro anterior, se les enseñará que las unidades ocupan siempre el primer lugar, contando de derecha á izquierda, las decenas el 2º, las centenas el 3º etc; ó bien, que las unidades forman el primer orden, las decenas el 2º, etc., etc.

CUESTIONARIO.

—Qué lugar ocupan las centenas?
—Cuál las decenas de millar?

—Cuál las decenas?

—Después de las decenas de millón, qué orden sigue?

—Cinco mil seiscientas treinta y cuatro unidades, cuántos millares, centenas, decenas y unidades son? (Esta descomposición se hace oralmente.)

—67 centenas, cuántos millares y centenas son?

Esos ejercicios facilitan más tarde la ejecución de ciertas operaciones.

Para hacer más comprensible el sistema de la numeración, fórmese la siguiente tabla, que enseña el valor equivalente de los guarismos que ocupan los varios lugares:

1 unidad vale una unidad.
1 decena equivale á diez unidades.
1 centena equivale á cien unidades.
1 millar equivale á mil unidades.
1 decena de millar á diez mil unidades.
1 centena de millar á cien mil unidades.

. . . .

(15)

ADICIÓN Ó SUMA DE LOS NÚMEROS SOBRE 1,000.

Se pondrán en primer lugar algunas tareas prácticas con dos, tres ó más sumandos de tres cifras y luégo cuatro para entrar en las definiciones siguientes:

Suma ó adición es una operación por medio de la cual se reúnen en uno solo, las unidades que contienen dos ó más números.

Las cantidades que se dan para sumar se llaman *sumandos* y el resultado *total ó suma*.

En seguida se tratará de la prueba de esta operación.

TAREAS PRÁCTICAS

1º—La población de San José es de 25,000 habitantes, la de Cartago de 6,200 y la de Heredia de 6,204; cuántos habitantes tienen las tres ciudades juntas ?

2º—Contiene un plantío 25,840 matas de café, otro contiguo 9,800. Dan sombra al primero 5,000 árboles y al segundo 2,500. Cuántos árboles hay en ambos plantíos ? Cuántas matas de café ?

3º—La independencia de Centro América tuvo lugar el 15 de setiembre de 1821, esto es, ahora 75 años; en qué año estamos ?

4º—Hace 399 años que se descubrió la América y estamos en 1896; en qué año se descubrió ?

5º—Juan recibió por parte de su madre $ 8,400 de herencia, por un hermano que murió, la mitad de lo que le dejó la madre; cuánto recibió por todo?

6º—En el último sitio de Cartagena se consumieron 2,433 gallinas, 645 reses, 1,200 cerdos, 68 caballos, 104 gatos y 312 palomas; cuántos animales se consumieron ?

7º—Costa Rica tiene una superficie de 59,570 kilómetros cuadrados; Guatemala 164,200; Honduras 52,000; Nicaragua 186,000 y El Salvador 11,717. Cuál es la superficie de todo Centro América ?

8º—Bolívar nació el 24 de julio de 1783 y murió un 17 de diciembre á la edad de 47 años: en qué año murió ?

---

(16)

DE LA SUSTRACCION.

Para empezar, se repite la lección octava del 2º grado, ilustrada con dos ó tres ejemplos prácticos en que entren números de tres cifras para resolver en seguida los que se encuentran al fin de esta lección. (Prueba de esta operación.)

Al terminar se harán repetir por los niños las siguientes definiciones:

Resta ó sustracción es una operación por medio de la cual quitamos de un número dado, las unidades contenidas en otro menor, también dado.

En la resta, el número mayor se llama *minuendo* y el menor *sustraendo*. El resultado se llama *exceso, resíduo ó diferencia*

USOS DE ESTA OPERACION.

La resta se emplea:

1º—Para averiguar la diferencia que hay entre dos números ó sea el exceso de un número sobre otro;

2º—Cuando se quiere disminuír un número dado, de otro número; y

3º—Cuando conocida la suma de dos números y uno de ellos, se quiere determinar el otro.

TAREAS PRÁCTICAS.

1º—Cuál es el exceso de 17,369 sobre 8,947 ?

2º—Cuál es la diferencia entre 2,629 y 1,846 ?

3º—Qué número hay que agregar á 738 para llegar á 974 ?

4º—Bolívar nació el 24 de julio de 1783 y murió el 17 de diciembre de 1830; de qué edad murió ?

5º—La independencia de Centro América se proclamó en 1821 (15 de setiembre). Estamos en 1896, cuántos años lleva de vida independiente ?

6º—Un ejército de 18,650 hombres ha perdido en una batalla 3,762; cuántos quedan ?

7º—En un plantío de café de 26,800 árboles cayó una manta de langostas y agostó 1,900 árboles; cuántos quedaron ?

8º—Los mahometanos cuentan los años partiendo de la *Egira*, que fué el 16 de julio de 622 de la era cristiana; en qué año están ellos ?

9º—La América fué descubierta en 1492; cuántos años hace de eso ?

10º—Compró un capitalista una casa en $ 10,000 y 5 años después la vendió en $ 15,740 cuánto ganó en la venta ?

(17)

DEL METRO

—El salón de esta escuela tiene una extensión igual en todos sentidos ?

—De oriente á occidente es más extenso que de norte á sur ?

La mayor extensión se llama *largo* ó *longitud* y la menor se llama *ancho* ó *latitud*.

—Cuál es la longitud de este salón ?

—La latitud ?—La altura ?

La longitud, latitud y altura se llaman *dimensiones*.

—Cómo se llaman la longitud, latitud y altura ?

—Cuáles son las tres dimensiones ?

El maestro ejercitará repetidamente á los niños sobre las tres dimensiones, sirviéndose de diferentes objetos y teniendo cuidado de indicarles que tratándose de un libro, por ejemplo, se dice *grueso* en lugar de altura; y se dirá profundidad, si se trata de una cisterna, por ejemplo.

—Cómo averiguaremos la diferencia entre la longitud y latitud de este salón?

—Midiendo ambas dimensiones y comparándolas.

Vamos á medir la longitud. Podemos hacerlo por medio de una cuerda, de una regla, etc. Podemos hacerlo también por medio de esta medida (señalándola) llamada *metro*, del griego, *medida.*

Antes de proceder á la medición, es bueno que sepan los niños de dónde se tomó el metro. (Se supone que ellos tienen ya nociones sobre los círculos que dividen la esfera terrestre. Si así no fuere, será preciso hacérselo conocer, trazándolos sobra una naranja ú otro objeto adecuado.)

Era preciso tomar el metro de un objeto que los hombres no pudieran variar, para que de este modo la medida fuera también invariable, por lo cual se tomó la circunferencia de la tierra, ó bien la cuarta parte de ella, es decir, la distancia del ecuador al polo.

El maestro suspenderá á veces su exposición para interrogar á los alumnos sobre lo que acaba de decir.

En efecto, unos académicos franceses, midiendo la distancia que hay entre Dunquerque y Montjoui, cerca de Barcelona (señalándolos en el mapa), puntos que quedan en un mismo meridiano, dedujeron la distancia que en toesas, medida que se usaba entónces, hay del ecuador al polo. Esta distancia la dividieron en 10.000,000 de partes iguales y una de ellas fué lo que llamaron metro, que es poco más de media toesa.

—Quiénes hallaron el metro ?

—De dónde se propusieron tomarlo ?

—Qué distancia midieron ?

—Cómo están situados esos puntos ?

—De esta medida qué otra dedujeron ?

—Conocida la distancia del ecuador al polo, cómo dedujeron el metro ?

—Siendo el arco del meridiano comprendido entre el ecuador y el polo, igual á la cuarta parte de la circunferencia de la tierra, y midiendo dicho arco 10.000,000 de metros, cuánto medirá la circunferencia entera ?

—Qué es, pues, el metro respecto de la circunferencia terrestre ?

—El metro es la cuarenta millonésima parte del meridiano terrestre ?

—Bastará aplicar una sola vez el metro para que quede medida la longitud del salón?—No, porque la longitud del metro es menor.

—Entonces aplicaremos sucesivamente el metro tantas veces como sea posible y este número de veces indicará el número de metros de longitud del salón.

El maestro hará que dos niños verifiquen la medición y que la clase toda vaya llevando la cuenta en voz alta, terminado lo cual, preguntará:

—De cuántos metros es la longitud de este salón ?

—La longitud de este salón es de *tantos* metros.

Ahora comprenderán ya los niños cómo se miden las otras dimensiones.

Para averiguar la longitud de este salón lo hemos comparado con el metro, y lo mismo se haría con cualquiera longitud, ya fuese mayor ó menor que ésta; por eso se dice que el metro es la unidad de las medidas de longitud.

Pero el metro no sirve para todos los casos de mensura; un volúmen de agua, por ejemplo, no podría medirse directamente con dicho instrumento. Él conviene especialmente á las líneas, ora sean rectas, como esta (dibujándola en el tablero), ó curvas ó mixtas. Por eso, las medidas de longitud se llaman también *medidas lineales*.

Aunque se ha interrogado á los alumnos sobre cada punto enseñado, es conveniente repetir el interrogatorio cuando ya se han dado varios conocimientos, para que no se olviden. Una vez por todas se hace esta indicación.

(18)

DE LAS MEDIDAS MULTÍPLICES.

Para la formación de cantidades de diez en diez veces mayores que el metro, se usan las palabras siguientes de la lengua griega:

La palabra *deca* significa diez; *hecto* ciento, es decir, una cantidad diez veces mayor que la que expresa la palabra *deca; kilo*, mil, cantidad también diez veces mayor que la significada por *hecto;* y *miria*, diez mil, que es también diez veces mayor que mil.

Si á cada una de dichas palabras agregamos la palabra *metro*, resultarán estas otras que voy á escribir en el tablero y que son los nombres de otras tantas medidas.

Decámetro	que significa	10	metros
Hectómetro	,,	100	,,
Kilómetro	,,	1,000	,,
Miriámetro	,,	10,000	,,

Después de hacer repetir á toda la clase el cuadro precedente, se borrará del tablero y se harán preguntas sobre el valor de las medidas en él contenidas, primero en el orden indicado, y luégo salteando.

CUESTIONARIO.

—Qué significa la palabra *deca, hecto, kilo, miria ?*

—Cuántos metros vale un decámetro ?—un hectómetro ?—un kilómetro ?—un miriámetro ?

—Cuántas veces menor es el metro que el decámetro ?—que el hectómetro ?—que el kilómetro ?—que el miriámetro ?

—Cuántas veces menor es el metro que el hectómetro ?—que el miriámetro ?

—Hemos dicho que el hectómetro es diez veces mayor que el decámetro, cuántos decámetros tendrá, pues, un hectómetro ?

—Siendo el kilómetro diez veces mayor que el hectómetro, cuántos hectómetros tendrá un kilómetro ?

—Y siendo el miriámetro diez veces mayor que el kilómetro, cuántos kilómetros tendrá un miriámetro ?

—Cuántas veces menor es el metro que el decámetro ?— el decámetro que el hectómetro ? etc., etc.

Se ve, pues, que estas distintas unidades van siendo de diez en diez veces mayores, por lo cual se dice que siguen el *sistema decimal.* Esta palabra se deriva de la palabra *diez.*

(19)

DE LAS MEDIDAS SUBMULTÍPLICES.

Examinemos ahora cómo se miden las pequeñas longitudes. Diga, Juan, si cabe el metro en la longitud de este libro, en la de esta regla, en la de esta pizarra. Puesto que no cabe el metro en la longitud de estos objetos, hay que buscar una medida más pequeña, para valuar la dimensión; pero no debemos buscarla en otra parte sino en el mismo metro. En efecto, obsérvese que este instrumento que hemos llamado metro, está dividido en partes más pequeñas. Cuéntenlas (el maestro irá señalando los decímetros).

—En cuántas partes está dividido el metro ?

—Estas partes son iguales ?

Como cada una de estas partes es diez veces menor que el metro, se dice que cada una es la décima parte del metro, lo cual se puede significar también agregando á la palabra *deci* la palabra *metro*, que quiere decir: *décima parte* (escríbanse en el tablero), de donde resulta la voz: *decímetro*, que es el nombre que se ha dado á esta fracción del metro.

(Conviene dibujar el metro con sus divisiones en el tablero y hacer preguntas sobre el dibujo.)

Siguiendo el camino que queda indicado para dar á conocer el decímetro y las unidades superiores al metro, se enseñará lo que son el centímetro y el milímetro, después de lo cual se formará en el tablero el cuadro de las divisiones y subdivisiones del metro, así:

Un decímetro es la décima parte del metro.
Un centímetro es la centésima parte del ,,
Un milímetro es la milésima parte del ,,

Interróguese de varias maneras sobre lo que se acaba de enseñar.

EJERCICIOS.

—Cada una de estas diez partes iguales en que está dividido el metro, cómo se llama ?

—Qué es, pues, el decímetro ?

—Cómo se forma el centímetro ?—el milímetro ?

—Cuántas veces menor es el decímetro que el metro ?

—Cuántas veces menor es el milímetro que el decímetro ?—que el centímetro ?

—Un decímetro tiene cuántos centímetros ? cuántos milímetros ?

—Cuántos miriámetros, kilómetros etc. hay en 62,514 metros? En 163,496 metros?

—Cuántos decímetros, centímetros y milímetros hay en 457 milímetros?—en 250?—en 106? —en 35 milímetros?

Siendo el decámetro diez veces mayor que el metro, se escribirá al lado de éste, y en el primer lugar, hácia la izquierda; así: 7 decámetros y 5 metros se escribirán como sigue:

75 m.

+ Expresión que se puede leer *setenta y cinco metros*, pues como cada decámetro vale diez metros, los siete decámetros valdrán 70 metros, más 5, son 75 metros. La *m* colocada después del número es la abreviación usual de la palabra *metro*.

—Qué lugar ocupará el hectómetro respecto del metro, siendo como es, cien veces mayor que éste?

—Cómo se escribirán, pues, 9 hectómetros, 6 decámetros y 3 metros?

—De qué otra manera se puede leer esta expresión?

—Qué lugar ocupará el kilómetro?—el miriámetro?

—Escríbanse 12 miriámetros, 3 kilómetros, 5 hectómetros, 7 decámetros y 4 metros?

—Léase el número que resulta.

Como el decímetro es diez veces menor que el metro, se coloca al lado de éste, en el primer lugar hacia la derecha y separado con una coma. Así, para expresar 8 metros y 2 decímetros se escribirá de este modo: 8.2 y agregando las iniciales con que se indica abreviadamente el nombre de las dos medidas se anotará así: 8^{m}, 2^{dm}, ó simplemente: $8.^{m}2$.

El centímetro, que es cien veces menor que el metro, se escribe en el segundo lugar hacia la derecha del metro, y el milímetro en el tercer lugar, por ser mil veces menor. Si no hubiere metros se escribirá en su lugar cero m., así: $0.^{m}4$.

—Cómo se escriben 137 milímetros?

—Cómo se escriben 25 metros y 3 decímetros?

—Escríbase:

25 kilómetros, 4 decímetros y 7 centímetros (25 kilómetros=25,000 metros, luego será $25,000^{m}$ 47 centímetros).

8 miriámetros, 2 hectómetros, 1 decímetro, 7 centímetros y 5 milímetros:

(8 miriámetros=800 hectómetros, más 2, son 802 hectómetros=80,200 metros; luego será 80,200.175 m.)

25 hilómetros, 4 decámetros, 3 decímetros y 9 milímetros (25,040.309).

El maestro no pasará adelante mientras no esté persuadido de que los alumnos pueden hacer la reducción y escribir sin vacilación.

Las iniciales con que se indican los nombres de las distintas medidas, son:

Mm	para el miriámetro;
Km	para el kilómetro;
Hm	para el hectómetro;
Dm	para el decámetro;
m	para el metro;
dm	para el decímetro;
cm	para el centímetro; y
ml	para el milímetro.

---

(20)

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Adición.

—Cuál es en metros la suma de 7 Mm, 125 cm, 2 Km, 6 Dm, 5 dm y 521 m ?

Resolución:

7 miriámetros	=	70,000	metros
125 centímetros	=	1.25	,,
2 kilómetros	=	2,000.00	,,
6 decámetros	=	60.00	,,
5 decímetros	=	0.50	,,
521 metros	=	521.00	,,
		72,582.75	.

Si á 32 metros 52 cm. de cinta se agregan 76 m. 546 ml., cuánta cinta resulta ?

(Propónganse muchos otros problemas.)

Sustracción.

Juan ha caminado en 4 días 16 miriámetros y 3 kilómetros, y Pedro en el mismo tiempo, 9 kilómetros y 25 metros, cuántos miriámetros ha caminado Juan más que Pedro ?

16 Mm. 3 Km.	=	163,000	metros.
9 Km. 25 M.	=	9,025	metros.
		153,975	metros.

15 Mm. 3,975 m.

Cuál es la diferencia entre 12 K, 7 m, 273 ml. y 26 Dm, 7 cm ?

Propónganse muchos otros problemas. Se omiten la multiplicación y la división con éstas y las demás medidas, porque tales operaciones implican un conocimiento más á fondo de las fracciones decimales que el que hasta ahora han adquirido los niños; este conocimiento debe completarse después. Sin embargo, pueden practicarse dichas operaciones con la unidad y sus multíplices.

(21)

MEDIDAS CUADRADAS Ó DE SUPERFICIE.

El medio de que nos hemos valido para medir la extensión de la sala de la escuela en su longitud nos servirá también para medir la extensión en su latitud. A la extensión en solo longitud y latitud de un cuerpo se le da el nombre de *superficie*. Vamos á medir la superficie de esta sala. Al efecto, dibujémosla en el tablero.

—Santiago, ¿podrá tener el dibujo las mismas dimensiones que la superficie de la sala?

—No, porque la superficie de la sala es mayor que la del tablero donde debe hacerse el dibujo.

Convengamos, pues, en representar por un decímetro cada metro de longitud y de latitud de la sala; como ésta tiene 10 metros de largo, de cuántos decímetros debe ser la línea que represente el costado (oriental ú occidental, norte ó sur, según la situación de la sala)?

—Hacia dónde debo trazar la línea que representa el lado norte que, como hemos visto, mide 10 metros? (Hacia la parte superior. El maestro la dibujará.)

—Siendo el lado sur igual al lado norte, cuántos metros tendrá de largo? (10.)

—De cuántos decímetros debe ser, pues, la línea que representa el lado sur ? (De 10.)

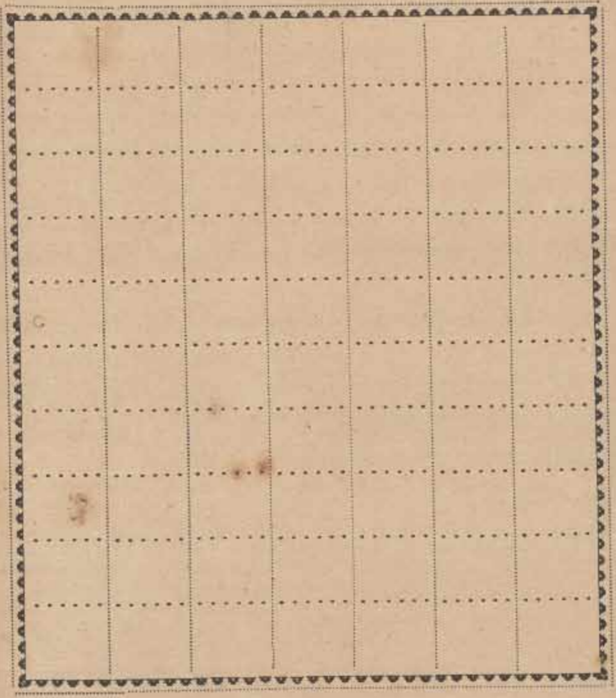
—Hacia dónde debe trazarse esa línea ? (Hacia la parte inferior del tablero.)

—La sala tiene 7 metros de latitud; por consiguiente, cuántos decímetros debe tener la línea que represente el lado oriental de la sala ?

—Y siendo el lado occidental igual al oriental, qué extensión debe tener la línea que lo represente ?

—Dónde pintaré el lado oriental ? Dónde el occidental ?

Trazando líneas rectas que unen los lados opuestos de decímetro en decímetro, resultarán cuadros más pequeños.



—De cuántas líneas rectas está formado cada nuevo cuadro?

—Qué resulta de la comparación de estas líneas entre sí? (Que son iguales.)

—Qué clase de ángulos forman dichas líneas?

—Angulos rectos.

Si los niños no tuvieren noción alguna sobre los ángulos, debe dársela el maestro.

Pues bien: al espacio comprendido dentro de estas figuras terminadas por cuatro líneas iguales que forman ángulos rectos, se le da el nombre de *cuadrado.*

Repitan todos:

Se llama cuadrado el espacio comprendido en una figura terminada por cuatro líneas rectas é iguales, que forman ángulos rectos.

—Quién puede repetir la definición del cuadrado?

Como cada uno de los cuadros en que está dividida la figura pintada en el tablero tiene un decímetro por cada lado, se dice que la extensión de dichos cuadros es de un decímetro cuadrado.

—Félix, cuánto vale cada cuadrado de éstos?

(Un decímetro cuadrado.)

—Pero como habíamos convenido en representar cada metro de extensión de la sala por un decímetro, ¿ qué valor representará cada cuadro de éstos ? (Un metro cuadrado.)

—Cuenten los metros cuadrados que representa la figura. (El maestro irá señalando y los alumnos contando en voz alta.)

—Cuántos metros cuadrados representa la figura ?

—Cuántos metros cuadrados tiene, pues, la superficie de la sala de la escuela ?

—La sala de la escuela tiene setenta metros cuadrados de superficie.

Si multiplicamos el número de metros de largo por los de ancho, obtendremos el mismo resultado. En efecto, 10 de largo por 7 de ancho da 70 de superficie.

Para hallar el valor del área ó superficie de un rectángulo, se multiplica la longitud por la latitud.

—Repitan todos la regla.

—Cuántos metros cuadrados de superficie tendrá una plaza que mide 80 metros de largo y 75 de ancho ?

—Hay un patio que tiene 9 metros de ancho y 11 de largo; cuánto medirá su superficie ?

—Puesto que para valuar las superficies se comparan con el metro cuadrado, cuál será la unidad de las medidas de superficie ?

—El metro cuadrado.

—Cuál será el valor de un cuadrado que tuviera un decámetro por cada lado ?

—Un decámetro cuadrado.

—Puesto que el decámetro vale diez metros, cuántos metros cuadrados tendrá una superficie de un decámetro por lado ?

—Tendrá 100 metros cuadrados.

—Cuánto vale un decámetro cuadrado, Juan ?

—Cuántos metros cuadrados forman un decámetro cuadrado ?

—Cuál será el valor de un cuadrado que tenga un hectómetro por cada lado ? —un kilómetro ? —un miriámetro ?

—Cuántos metros cuadrados tendrá una superficie de un hectómetro por lado ?—de un kilómetro ?—de un miriámetro ?

Con cada nueva medida se verificarán los mismos ejercicios que con el decámetro cuadrado :

En el curso de la lección, el maestro habrá ido formando en el tablero el siguiente cuadro.

Un decámetro cuadrado (Dmc) vale 100 metros cuadrados.

Un hectómetro cuadrado (Hmc) vale 10,000 metros cuadrados.

Un kilómetro cuadrado (Kmc) vale 1.000,000 metros cuadrados.

EJERCICIOS.

Se repetirán los anteriores y se agregarán estos otros:

—Cuántas veces mayor es el hectómetro cuadrado que el decámetro cuadrado ?

Como un hectómetro vale diez decámetros, un hectómetro cuadrado será cien veces mayor que un decámetro cuadrado.

—Cuántas veces mayor es el kilómetro cuadrado que el hectómetro cuadrado ?—el miriámetro cuadrado que el kilómetro cuadrado ?

—Cuántas veces mayor es el miriámetro cuadrado que el hectómetro cuadrado ?—que el decámetro cuadrado ?—que el metro cuadrado ?

Continúense los ejercicios de este tenor.

Ya hemos dicho que un cuadrado que tenga por cada lado un metro, vale un metro cuadrado; como el metro se divide en 10 decímetros, cuántos decímetros tendrá un cuadrado de un metro ó 10 decímetros por lado ?

—Tendrá 100 decímetros cuadrados, pues 10 de un lado por 10 de otro da 100.

—Cuántas veces menor es, pues, el decímetro cuadrado que el metro cuadrado ?

—Cien veces menor.

—Repitan todos:

Un decímetro cuadrado es la centésima parte del metro cuadrado.

—Antonio, ¿ qué es el decímetro cuadrado ?

—Cuántos decímetros cuadrados forman un metro cuadrado ?

Como la figura dibujada en el tablero tiene un metro cuadrado y está dividida en decímetros cuadrados, teniéndola á la vista de los alumnos es como debe enseñarse esta parte. Para dar á conocer el valor del centímetro y del milímetro cuadrado, sígase el procedimiento indicado para el decímetro cuadrado, y váyase formando en el tablero el siguiente cuadro:

Un decímetro cuadrado (dmc) es la centésima parte del metro cuadrado.

Un centímetro cuadrado (cmc) es la diez milésima parte del metro cuadrado.

Un milímetro cuadrado (mmc) es la millonésima parte del metro cuadrado.

Aquí un cuestionario del mismo tenor que los anteriores y referente á todas las medidas cuadradas.

EJERCICIO.

Hay dos terrenos contiguos, de los cuales, el uno tiene una superficie de 35 kilómetros cuadrados, y el otro 8 miriámetros y 6 decámetros cuadrados, cuánto miden juntos?

Resolución:

35	Kmc=	35.000,000 Mc
8	Mmc=	800.000,000 Mc
6	Dmc=	600 Mc
		835.000,600 Mc

Se desea saber cuál será la superficie total de tres territorios que miden, el primero 236 Mmc, el segundo 175 Kmc y el tercero 45 Dmc.

(22)

DE LA MULTIPLICACION.

Después de resueltos algunos casos prácticos del último punto dejado en la lección (5) del segundo grado, se procede al

6º— *Multiplicación de número compuesto por compuesto de dos ó más cifras.*

Antes de entrar á resolver esta cuestión, es necesario enseñar á los alumnos el valor de los números relativamente al lugar que ocupan, así:

Un número puesto al lado izquierdo de otro ó de un cero, vale diez veces más que si estuviera solo; si se le coloca en el tercer lugar valdrá cien veces más, si en el cuarto lugar, mil veces más, y así sucesivamente.

Esto se comprenderá mejor por medio del siguiente cuadro, que se formará en el tablero:

Centena de Millón	Decena de Millón	Millón	Centena de Millar	Decena de Millar	Millar	Centena	Decena	Unidad

Colóquese un número, el 7 por ejemplo, en la columna de las unidades, y hágase notar su valor; bórrese luégo y póngase en el lugar de las decenas, donde vendrá á indicar 7 decenas, es decir, 10 veces más que antes. Continúese colocándolo en el 3º, en el 4º lugar, etc., donde vendrá á valer 100, 1,000, etc. veces más que antes.

Repítase la anterior operación, con el objeto de colocar ceros en los lugares que van quedando desocupados á la derecha: borrado el número 7 en la primera columna de la derecha, para colocarlo en la de las decenas, donde valdrá 10 veces más, póngase cero en el lugar de las unidades. Ahora los niños podrán deducir fácilmente la regla para multiplicar un número por 10, á saber:

Para multiplicar una cantidad cualquiera por 10, *se agrega un cero á la derecha del multiplicando.*

Procédase lo mismo con el número 100, con 1,000, etc., después de lo cual se fijará la regla general siguiente:

Para multiplicar una cantidad cualquiera por la unidad seguida de ceros, agréguense á la derecha del multiplicando tantos ceros cuantos tenga el multiplicador.

Si se trata, pues, de multiplicar 46, por ejemplo, por 10, 100, 1,000, etc., agréguense al número 46 *uno, dos, tres,* etc. ceros, según el caso, y se tendrá un producto de 460, 4,600, 46,000, respectivamente.

El maestro propondrá muchas cuestiones de esta naturaleza, que los niños resolverán por escrito, primero sobre el cuadro anterior que formarán en las pizarras y después sin él.

7º—Multiplicación de número compuesto por compuesto que carezca de unidades simples. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 536 \\ 400 \\ \hline 214400 \end{array}$$

En casos de esta especie solo se multiplicará por las cifras significativas del multiplicador, pero se tendrá cuidado de hacer el producto 10, 100, 1,000, etc. veces mayor, según que el multiplicador tenga uno, dos, tres, etc. ceros á la derecha. En el ejemplo anterior, solo se multiplica por 4, pero el producto 2,144 se hace después 100 veces mayor, por los dos ceros que acompañan al multiplicador, lo cual se consigue corriendo dicho producto 2 lugares hacia la izquierda; al efecto, se le agregan 2 ceros.

8º—Multiplicación de dos números compuestos de unidades y decenas. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 18 \\ 24 \\ \hline 72 \end{array}$$

El número 18 debe tomarse 24 veces: siendo 24 igual á 20+4, tómese p imero 4 veces el multiplicando, lo que da 72; en seguida se multiplicará 18 por 20, según se ha enseñado; es decir, se multiplicará primero por 2, y el producto 36 se hará 10 veces mayor, por ser el 20 diez veces mayor que 2, lo que se verifica colocándolo un lugar más á la izquierda, debajo del 72, primer producto parcial. Así:

```
  18
  24
 ---
  72
 36
 ---
 432
```

De lo dicho resulta que cuando haya de multiplicarse un número por otro que ocupe el lugar de las decenas, el producto se colocará debajo de las decenas; ó lo que es lo mismo, que el producto de unidades por decenas, da decenas. Ejercítese mucho á los niños en la resolución de cuestiones de este tenor.

```
   6070
    304
   ----
   2428
  1821
-------
1845280
```

9º—Cuando entre las cifras del multiplicador hay ceros, no se multiplica por ellos, sino solamente por las cifras significativas, teniendo cuidado de colocar el producto parcial tantos lugares hacia la izquierda cuantos ceros intermedios hubiere.

10º—El orden de colocación de los factores no altera el resultado, es decir, que $6\times4=4\times6$, pues en ambos casos el resultado es 24. Esta propiedad de la multiplicación se demuestra así:

Estos son 2 veces tres puntos, y al mismo tiempo 3 veces dos puntos.

Puede, pues, cambiarse el orden de los factores y es conveniente verificarlo cuando el multiplicando tiene menos cifras que el multiplicador; es más fácil el cálculo, y la operación ocupa menos espacio. Patentícese esto en el tablero.

11º—Como los niños conocen ya la tabla de la multiplicación de números de 2 cifras por dígitos, se les enseñará ahora el procedimiento que puede seguirse en la multiplicación de compuesto por compuesto, que consiste en multiplicar cada cifra del multiplicando por todo el multiplicador, teniendo cuidado de agregar á la respectiva columna las unidades de orden superior que vayan resultando. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 356 \\ 12 \\ \hline 4272 \end{array}$$

12 veces 6 unidades son 72 unidades=7 decenas y 2 unidades; éstas se escriben y aquéllas se llevan en la memoria para agregarlas al producto de las decenas; 12 veces 5 decenas son 60 decenas, y 7 que se llevaban, son 67 decenas, ó 7 decenas y 6 centenas; 12 veces 3 centenas son 36, más 6, son 42 centenas=2 centenas y 4 millares.

12º—Cuando el multiplicador es 9, 99, 999, etc., en lugar de tomar el multiplicando este número de veces, se toma 10, 100, 1,000, etc. veces, según el caso, y del producto se sustrae el multiplicando; por ejemplo, 435×99:

$$\begin{array}{r} 43500 \\ 435 \\ \hline 43065 \end{array}$$

Prueba de la multiplicación por la inversión de los factores.

---

(23)

DEFINICIONES.

La *multiplicación* es una operación por medio de la cual se hace un número tantas veces mayor, como unidades tiene otro

El primero se llama *multiplicando* y el segundo *multiplicador*. El resultado de la operación se llama *producto*.

USOS DE LA MULTIPLICACIÓN.

1º—Hacer un número cualquiera cierto número de veces mayor;

2º—Conocido el valor de un objeto, calcular el de un número dado de objetos de la misma clase;

3º—Sabiendo cuántos objetos se pueden comprar con un peso, determinar el número de objetos que se podrían obtener con una suma dada.

TAREAS PRACTICAS.

1º—Cuál es el número 28 veces mayor que 47?

2º—Quiero sumar 462 veces el número 1890.

3º—Con el fin de contar más fácilmente los árboles de un plantío, un horticultor los dispuso en hileras de 245 árboles; tenía 84 hileras, cuántos eran los árboles?

4º—Cuánto valen 127 piezas de género á $ 236 la pieza, y cuánto se ganará vendiéndolas con una utilidad de $ 15 por pieza?

5º—En una casa que tiene 25 ventanas, cada una con 6 vidrios, cuántos vidrios hay?

6º—Un ejército consta de 26 batallones. Cada batallón tiene 560 plazas; cuántas plazas contiene el ejército?

7º—En una escuela hay 27 bancos, cada banco contiene 14 alumnos ; cuántos alumnos contiene la escuela ?

8º—Un águila americana vale en Centro América $ 27 ; cuántos pesos son 56 águilas ?

9º—Cuántos días son 36 años ?

10º—Cuántos minutos 3 días ?

(24)

DE LA DIVISION.

Repetición de lo inmediatamente anterior. (Lección 6, 2º grado.)

1º—Dividir el número 33,586 por 64.

2º—450,000 por 100, por 1,000.

3º—48,000 por 1,600. Prueba por la multiplicación.

DEFINICIONES.

La *división* es una operación por medio de la cual hallamos un factor, conocidos el producto y el otro factor. El que se considera como producto toma el nombre de *dividendo*, y el factor conocido, el de *divisor*. El resultado se llama *cociente*.

USOS DE LA DIVISIÓN.

1º—Para dividir un número en partes iguales.

2º—Para buscar el número de veces que un número contiene á otro menor.

3º—Para hacer un número tantas veces menor cuantas indique otro.

4º—Cuando conocido el valor de muchos objetos, se quiere saber el de uno solo.

5º—Cuando conocido el valor de varios objetos y el precio de uno solo, se quiere determinar el número de los objetos.

TAREAS PRÁCTICAS

1º—Cuál es el número que multiplicado por 271, da por producto 61,527 ?

2º—Cuántas veces puede restarse 128 de 6,400?

3º—El número 72,841 es el producto de dos números, de los cuales el uno es 23; cuál es el otro?

4º—Cuántas veces está coutenido en 36,000 el número 450 ?

5º—Cuál es el número 25 veces menor que 3,675 ?

6º—6 niños han reunido las nueces que tenían para dividírselas entre sí. El primero tenía 5, el segundo 6, el tercero 7, el cuarto 8, el quinto 10 y el sexto 12; según este arreglo, cuántas gana el que tenía menos y cuántas pierde el que tenía más?

7º—Se han distribuído $ 48 á cierto número de personas, de suerte que cada una ha recibido $ 3; cuántas eran las personas ?

8º—En una plantío hay 1,296 árboles dispuestos en 16 hileras iguales; cuántos árboles hay en cada hilera ?

9º—Una rueda que da en 24 horas 14,400 vueltas, cuántas da por hora ?

10º—Habiéndose pagado $ 18,792 por 324 cajas de mercaderías, cuánto vale cada una ?

TERCER AÑO.

(1)

Las primeras lecciones del tercer año se reducirán á la resolución de problemas en que se combinen las cuatro operaciones anteriores, por el tenor de los siguientes:

1º—Un padre dejó al morir 10,000 pesos y en su testamento ordenó que de tres hijos que tenía, el primero debía tener de herencia 800 pesos más que el segundo, y éste, 500 pesos más que el último. Cuánto le tocó á cada uno ?

2º—Una hacienda costó 3,608 pesos. Para ganar 450 pesos, en cuánto debe venderse ?

3º—Un hacendado debe recibir de sus casas comisionistas de Londres y Nueva York, el producto de las ventas del café que cosechó. Al primero le envió 150 sacos que se vendieron á 19 pesos el quintal, y al segundo 300 que se vendieron á 95 chelines. Tuvo de gastos 650 pesos En cuánto vendió el de Nueva York, el de Londres, y qué le queda en caja ?

4º—Uno de los hombres más eminentes de Centro América, Morazán, murió el año de 1842 á los 43 años de edad. Luchó incansablemente por el triunfo de sus ideas, desde que tenía 21 años. En qué año nació y cuántos años contó de lucha y de labor patriótica ?

5º—A los cuántos años de vida independiente se llevó á cabo la primera Exposición de Guatemala ?

6º—Multiplicando entre sí dos números de los cuales el multiplicando era 63, se halló un producto de 3,339; pero como se tomó un 5 por un 3 en la cifra de las unidades del multiplicador, se quiere saber cuál es el producto verdadero.

7º—En una escuela de cuatro grados, el primero contenía 72 alumnos, el segundo 64, el tercero 52 y el cuarto 36. Salieron del primero 8, del segundo 15, por enfermos, y 5 del tercero pasaron al cuarto. De éste, cambiaron de domicilio 10. Cuántos quedaron en la escuela y en cada clase ?

8º—Un barril de aguardiente de 150 botellas ha costado 300 pesos, y uno de ron de 60 botellas vale 180 pesos. Cuánto vale la botella de ron, cuanto la de aguardiente y cuánto vale más el uno que el otro ?

9º—Dos comerciantes hicieron un cambio: el primero dió 40 botellas de vino á 3 pesos botella, y el segundo 12 botellas de ron y 60 pesos de vuelta. A qué precio sale la botella de ron ?

10.—El año de 1856 murieron en la guerra con los filibusteros, 700 costaricenses, y del cólera cinco veces más que en la guerra. Cuántos costaricenses murieron en el año citado ?

(2)

DE LOS NUMEROS FRACCIONARIOS O QUEBRADOS.

—Qué tengo en la mano ?

—Una manzana.

—Le falta algún pedazo á esta fruta ?

—No; está entera.

—En general, de los objetos que no les falta nada, decimos que están *enteros*. Llamamos también así los números que los representan. Cuáles son, pues, los números enteros ? Ejemplos:

—Ahora divido esta manzana en dos partes iguales. Cómo llamamos cada parte ?

—Una mitad ó media manzana.

—Cuántas mitades tiene, pues, un entero ?

—Tiene dos mitades.

Divídanse otras manzanas ú objetos sucesivamente en tres, cuatro, seis, nueve, etc. partes y hágase con ellos los mismos ejercicios.

Estas partes ó fracciones de objetos, se llaman *números fraccionarios* ó *quebrados*, porque no representan sino partes de la unidad.

—Qué son números fraccionarios ó quebrados?

Ejemplos.—Se hará que los niños muestren dos mitades, tres cuartos, dos tercios, un quinto, etc.

(33)

ESCRITURA DE LOS NUMEROS FRACCIONARIOS O QUEBRADOS

QUEBRADOS PROPIOS É IMPROPIOS

—Esa es una mitad.

—Con qué número representamos la mitad ?

—Con el número 2.

—La tercera, la cuarta, la sétima parte etc. ?

—Con los números 3, 4, 7, etc.

Para escribir una mitad ó medio, pondremos el número 1 y debajo el 2, así: $\frac{1}{2}$. Esto indica que hay un objeto dividido en dos partes iguales, de las cuales tomamos *una*.

Escríbase una tercera parte ó tercio, una sexta parte ó un sexto, etc.

Luégo se muestran 2, 3, 8, etc. partes, para que los niños indiquen cuántas se toman y qué partes son, haciéndoles escribir, hasta que lleguen á comprender que el número de arriba indica las partes que se toman y el de abajo, las en que se divide la unidad.

—Qué quieren decir estos quebrados $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{3}{8}$, etc. ?

El número que indica las partes que se *toman* de la unidad, se llama *numerador* y el que indica las partes en que está dividida, *denominador*.

—Qué indica el numerador de un quebrado ?

—Qué el denominador ?

Ejemplos:

Se toman dos frutas perfectamente iguales y se divide la una por mitad.

—Cuántas mitades tengo en la mano ?

—Dos mitades.

—Cuántas mitades hacen una manzana ?

—Dos mitades.

—Escriban dos mitades.

—Qué notan en ese quebrado ?

—Que el numerador es igual al denominador.

Luégo se dividen esas dos mitades, que dan cuatro, y con ellos se hace el mismo ejercicio anterior, para sacar la consecuencia de que un quebrado que tiene el numerador igual al denominador, representa en sus partes, la unidad ó un entero.

Dividida la una manzana en cuartos, se hace lo mismo con la otra y se cuenta por todos los niños en coro.

—$\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, - - - - - - $\frac{8}{4}$

—Con cuántos cuartos se forma una manzana?

Se deja que los niños lo hagan experimentalmente.

—Con cuatro cuartos.

—Tome Luis (se le dan 5 cuartos), escriba este quebrado.

—Es 5 cuartos.

—Forme ahora la manzana.

—Hay más de una manzana; sobra $\frac{1}{4}$.

—Qué relación hay entre el numerador y el denominador del quebrado $\frac{5}{4}$?

—El numerador es mayor que el denominador.

Ilústrese este punto con otros ejemplos de quebrados impropios.

—Tenemos, pues, que en estos quebrados se toman más partes de las en que está dividida la unidad.

En seguida se indica que un quebrado de esta clase se llama *impropio*, á diferencia del *propio*, que representa *propiamente* un número menor de la unidad.

Quebrado *impropio* es el que tiene el numerador igual ó mayor que el denominador; y *propio*, aquel cuyo numerador es menor que el denominador.

Se hará notar por medio de la división material de un objeto, que $\frac{1}{2}$ equivale á 2 cuartos, á 4 octavos, etc., esto es:

Que una fracción no se altera aunque sus dos términos se multipliquen por un mismo número.

---

(4)

SACAR LOS ENTEROS Á UN QUEBRADO IMPROPIO.

1º—Un niño dió tres cuartas partes de una manzana á sus hermanas, qué parte dejó para sí ?

2º—Si damos á tres niños una tercera parte de una naranja á cada uno, cuántas terceras partes se darán á todos ? Cuántas naranjas ?

3º—Tenemos 5 cuartos de naranja para re partir á cuatro niños, un cuarto á cada uno, cuántos cuartos sobran ?

—Qué clase de quebrado es $\frac{5}{4}$?

—Es un quebrado *impropio.*

—Quién me dice cómo se descompone ese quebrado ?

Si no hay un niño que haga el raciocinio formal de esta operación, se harán preguntas hábilmente combinadas para venir al resultado de que $\frac{5}{4}$ equivalen á un entero y un cuarto.

Luégo se pondrán otros ejemplos hasta que los niños, por medio de una resta, descompongan el quebrado impropio en dos, uno de los cuales quedará con el numerador igual al denominador, que equivale al entero, y el otro como quebrado propio. Por ejemplo en $\frac{5}{4}$, 5—4=1, ó sean $\frac{4}{4}$ y $\frac{1}{4}$=1$\frac{1}{4}$. De aquí se sacará la regla de que

Para sacar los enteros á un quebrado impropio, se divide el numerador por el denominador.

Es este el caso de hacer comprender á los niños que un quebrado es una *división indicada* en que el numerador es el dividendo y el denominador el divisor.

3º—20 reales (ú octavos) cuántos pesos son? Cuántos reales sobran?

4º—Cuántos pesos son 55 reales? Cuántos reales sobran?

5º—15 cuartas cuántas varas son?

6º—86 objetos cuántas docenas ó doceavas partes son?

---

(5)

REDUCIR UN ENTERO Á LA ESPECIE DE QUEBRADO.

—Vimos en el tercer problema que 20 reales son cuántos pesos?

—2 pesos y sobran 4 reales ó $\frac{4}{8}$.

— Tenemos ahora el problema contrario, queremos saber cuántos reales ú octavos son 2 pesos y cuatro reales ú octavos?

—En primer lugar, $ 2 son cuántos octavos?

—Son 16 octavos.

—Es decir, el producto de $ 2 por 8 octavos que tiene el peso y que es el denominador del quebrado. Tenemos pues, que si los $ 2 son $\frac{16}{8}$, faltan, para la suma propuesta $\frac{4}{8}$. Diez y seis octavos, más cuatro octavos, son 20 octavos, ó sea $16+4=20$. El cuatro es el numerador del quebrado, luego:

PARA REDUCIR UN ENTERO Á LA ESPECIE DE QUEBRADO, *se multiplica el entero por el denominador, el producto se suma con el numerador, y á la suma se le pone por denominador el mismo del quebrado.*

Los números compuestos de entero y quebrado se llaman *números mixtos*, esto es, números compuestos de partes heterogéneas.

TAREAS PRÁCTICAS.

1ª—Reducir $ 15, 5 reales ó sean $15\frac{5}{8}$ á reales ú octavos.

2º—Cuántas cuartas son 7 varas $\frac{3}{4}$?

3º—Cuántas sétimas partes son 14 enteros $\frac{2}{7}$?

4º—Cuántos cuartillos serán 26 reales $\frac{3}{4}$?

5º— Cuántas octavas partes son 2 octavas $\frac{9}{8}$?

(6)

SIMPLIFICACION DE LAS FRACCIONES COMUNES O QUEBRADOS.

DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.

Ya sabemos que $\frac{1}{2}$ es lo mismo que $\frac{2}{4}$ y que $\frac{4}{8}$ y $\frac{8}{16}$, etc, etc, así como $\frac{1}{3}$ es igual á $\frac{2}{6}$ y á $\frac{4}{12}$ etc., ó lo que es lo mismo, que un quebrado no cambia de valor aunque sus dos términos se multipliquen ó dividan por un mismo número; y de ahí que podamos *simplificar* las fracciones, esto es, reducirlas á otras cuyos términos sean menores.

Esto, como se comprenderá, no se puede ejecutar sino cuando sus dos términos se pueden dividir exactamente por un mismo número, como sucede con la fracción $\frac{4}{12}$ que dividiendo ambos términos por 4 nos dá $\frac{1}{3}$.

Vimos atrás que son números *pares* los que se pueden dividir por 2 exactamente; é *impares*, los que no podemos dividir por ese número, y también que los números que terminan en 0 y 00 son divisibles por 10 y por 100.

Vamos á conocer otros números que dividen exactamente á otros.

El maestro dará por vía de desarrollo, á conocer las siguientes reglas:

1ª—Se llama número *primo* el que no se puede dividir sino por sí mismo ó por la unidad.

2ª—Es divisible por 3 todo número en que la suma de sus cifras es un número que se puede dividir por 3.

3ª—Es divisible por 5 todo número que termina en 0 ó en 5.

4ª—Es divisible por 8 todo número en que la suma de sus cifras dá un número divisible por 8.

(7)

FACTORES DE LOS NUMEROS

FACTOR COMUN. — MÚLTIPLO. — SUBMÚLTIPLO. MÚLTIPLO COMÚN.—MENOR MÚLTIPLO COMÚN.

Cuando un número es dividido por otro, éste es *factor* de aquel. Así, 8 es factor de 40, porque $40 \div 8 = 5$. Entonces podemos decir que los números 5 y 8 son *factores* de 40.

Resolver un número en sus factores, es hallar todos los números que multiplicados entre sí, producen ese número.

Ejemplo.—Los factores de 48 serán 12 y 4, 8 y 6, 24 y 2, 16 y 3.

TAREAS PRÁCTICAS

1º—Hallar todos los factores de 64, de 100 etc.

2º—Buscar un número que sea factor de 24 y al mismo tiempo de 64 y 56.

Factor común de dos ó mas números es el número que los puede dividir á todos exactamente.

En el ejemplo 2º anterior, 8 es factor común de 24, de 64 y de 56, porque multiplicado respectivamente por 3, por sí mismo y por 7, los dá exactamente, ó sea que los divide, dando los anteriores cocientes.

TAREAS PRÁCTICAS

1º—Hallar dos números que tengan por factor común á 9.

2º—Hallar el factor común de 18, de 72 y de 48

3º—Hallar el *mayor factor común* de 56 y 64, de 240 y 80, de 32 y de 192.

4º—Hallar el *menor factor común* de los mismos números.

Múltiplo de un número es el producto de este número por cualquiera otro.

24 es múltiplo de 2, de 3, de 4, de 6, de 8, y de 12, porque estos números multiplicados respectivamente por 12, por 8, por 6, por 4, por 3, y por 2, dan el número 24.

Submúltiplo de un número es todo aquel que está contenido como factor en otro.

En el ejemplo anterior, todos los números nombrados son submúltiplos de 24.

TAREAS PRÁCTICAS

1º—Hallar 5 múltiplos de 4, 8 de 3, 10 de 4 etc.

2º—Nombrar por el orden descendente múltiplos de 15, de 9, de 6, etc.

3º—Nombrar en el orden ascendente submúltiplos de 84.

Múltiplo común de dos ó más números es todo número que puede ser dividido exactamente por cada uno de ellos.

Ejemplo.—Los números 2, 6 y 9 tienen por múltiplo común á 18, porque este número se puede dividir exactamente por cada uno de ellos.

Menor múltiplo común de dos ó mas números es el número menor que puede ser dividido por cada uno de ellos.

Ejemplos variados.

En seguida enúnciense y compruébense los siguientes principios:

(a) Todo número que divide exactamente á dos ó más números, divide del mismo modo la suma de ellos.

(b) Todo número que divide á otro, divide del mismo modo todos los múltiplos de ese número.

(c) Todo número que divide á otros dos, divide también su diferencia.

(8)

DEL MÁXIMO COMÚN DIVISOR.

Fundada en las anteriores lecciones, expóngase la teoría del *máximo común divisor* que por su sencillez omitimos. Puede decirse que explicando ideológicamente los tres términos subrayados, está explicada también dicha teoría. De ella se desprenderá la regla siguiente:

Para hallar el máximo común divisor de dos números, se divide el mayor por el menor, y si la división sale exacta, el número menor es el máximo común divisor.

Si hay resíduo, se divide el número menor por el resíduo, y si no queda resta alguna, el resíduo es el máximo común divisor. Si esta división da también resta, se divide por ella la primera resta y así, hasta que la división se haga exactamente. El último divisor que se toma, será el máximo común divisor. Ejemplos variados.

(9)

ADICION DE LOS QUEBRADOS

Con los quebrados se pueden hacer las mismas operaciones que con los números enteros.

—Tenemos esta hoja de papel dividida en 8 partes. (El maestro la dividirá á la vista de la clase.)

—Cómo llamaremos cada parte?

—Una octava parte.

—Escriban en la pizarra el quebrado que representa estas partes.—Se muestran 5, por ejemplo, y en seguida se hará escribir la otra parte en forma de quebrado, de modo que quede el uno á continuación del otro: $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{8}$.—El maestro mostrará en una mano las cinco partes y en la otra las restantes y preguntará: tres octavas más cinco octavas partes, son cuántas?—Dada la respuesta se fijará la atención de los niños en el tablero ó en las pizarras para que digan qué operación se ha practicado.—Habrá alguno que conteste: "se han sumado los numeradores de los quebrados," de donde se sacará la regla, después de otros ejemplos:

Para sumar los quebrados se suman los numeradores y á la suma se le pone por denominador el denominador común.

Se pondrán algunos casos prácticos en que entren más de dos quebrados, y se exigirá á los niños que saquen los enteros á la suma ó quebrado que resulte.

Entre los ejercicios que se pongan, deben introducirse números mixtos, para que los niños reduzcan los enteros á quebrados, con lo que se consigue que repitan las lecciones anteriores y vayan gradualmente conociendo los recursos á que deben acudir para la solución de problemas complicados.

(10)

REDUCCION DE LOS QUEBRADOS A UN MISMO DENOMINADOR.

Se presenta muchas veces el caso de sumar quebrados que no tienen un mismo denominador, y entonces no se puede aplicar la regla anterior para practicar la suma; pero en este caso el inconveniente se obvia dándoles á esas fracciones un mismo denominador, lo que de ninguna manera altera su valor relativo.—Queremos saber á qué equivale la mitad de un objeto más su tercera parte?—Como los dos quebrados no tienen un mismo denominador, les damos uno común.—Ya hemos visto que *medio* es lo mismo que dos cuartos, que cuatro octavos etc., esto es, que un quebrado no disminuye ni aumenta de valor, aun cuando sus dos miembros se multipliquen por un mismo número.

El maestro repetirá la demostración objetiva dividiendo la mitad de una manzana en dos partes iguales que son cuartos, y éstos en octavos, que es lo mismo que multiplicar los dos términos por 2 y por 4.

—Multipliquemos, pues, los dos términos del primero por 3, que es el denominador del segundo quebrado, y nos dará $\frac{3}{6}$; y los dos términos del segundo, por 2, denominador del primero, y tendremos $\frac{2}{6}$. Ahora sí, como los quebrados tienen un mismo denominador, los sumamos y nos dará, según la regla, $\frac{5}{6}$; lo cual quiere decir que la $\frac{1}{2}$ más la $\frac{1}{3}$ parte de una manzana equivalen á $\frac{5}{6}$ del objeto, y nos indica que ese objeto está dividido en 6 partes, de las cuales se han tomado 5; y así es, porque si esta media manzana la dividimos en tres partes iguales, estas tres partes serán sextas partes de la fruta entera; y si la tercera restante la dividimos en 2, nos dará $\frac{2}{6}$ de la misma, lo que viene á constituir los $\frac{5}{6}$ hallados por la operación.

Luego, para sumar los quebrados cuando no tienen un mismo denominador, se multiplican los dos términos del primero, por el denominador del segundo, y los dos términos del segundo, por el denominador del primero.

En seguida se pondrá un caso en que haya tres quebrados, luégo cuatro, etc., para sacar la siguiente regla:

Cuando los quebrados que se van á sumar son más de dos, se multiplica el numerador de cada uno por el producto de los denominadores de los demás.

TAREAS PRACTICAS.

1º—Reducir á un mismo denominador los quebrados $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{7}$.

2º—Reducir á un común denominador los quebrados $\frac{12}{7}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{2}$.

3º—Tenemos $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$. $\frac{3}{7}$ de naranja, y queremos saber en un solo quebrado á qué equivalen.

4º—Cuántos obj-tos enteros podemos formar con $\frac{9}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{10}{4}$, $\frac{20}{6}$, que tenemos por separado ?

5º—Hechos los $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{10}$ de una obra, cuánto se ha hecho por todo?

6º—Si en un ejército la caballería es la sexta parte de la infantería, y la artillería la décima parte de la misma, qué parte de la infantería deben formar estas dos últimas armas reunidas?

7º—Una máquina hace el primer día $\frac{3}{10}$ de una pieza de género, el segundo $\frac{4}{30}$ y el tercero $\frac{5}{60}$, qué parte de la pieza hace en los tres días?

Advertencia.—En esta misma ó en otra lección siguiente se pondrán ejemplos de sumas en que entren números mixtos, haciendo que los niños reduzcan los enteros á quebrados, á éstos les den un mismo denominador, y luégo saquen los enteros si los hubiere.

(11)

SUSTRACCION O RESTA DE LAS FRACCIONES COMUNES O QUEBRADOS.

Se empleará para esta operación el mismo desarrollo empleado para la suma.

TAREAS PRÁCTICAS

1º—Qué porción de obra queda por hacer, cuando están ejecutadas ya $\frac{2}{7}$ y $\frac{3}{10}$ de ella?

2º—Qué error se ha cometido al tomar la fracción $\frac{15}{20}$ en lugar de $\frac{15}{31}$?

3º—Cuál es la fracción menor que $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{7}$?

4º—Cuánto hay que agregar á $3\frac{1}{2}$ para tener $4\frac{2}{3}$?

5º—Cuál es el número que añadido á $3\frac{5}{7}$ da $8\frac{2}{3}$?

(12)

MULTIPLICACION DE LAS FRACCIONES COMUNES O QUEBRADOS.

—Tengo estas tres cuartas partes de una manzana y quiero hacerlas 5 veces mayores.— Qué operación practicaré?

—La multiplicación.

—Cuántas son las partes? (Mostrándolas.)

—Tres.

—Qué debo hacer para hacerlas 5 veces mayores?

—Multiplicar por 5.—5 por 3 da 15.—Luego $\frac{15}{4}$ es mayer 5 veces que $\frac{3}{4}$.

Ahora, quiero multiplicar el mismo quebrado $\frac{3}{4}$ no por 5 sino por $\frac{5}{6}$.—En este caso quiero un quebrado que se componga de $\frac{3}{4}$ como $\frac{5}{6}$ se compone de la unidad, ó lo que es lo mismo, 5 veces $\frac{1}{6}$ de $\frac{3}{4}$.—Como $\frac{1}{6}$ de $\frac{3}{4}$ es menor 6 veces que $\frac{3}{4}$, lo que se consigue multiplicando el denominador por 6 sin tocar el numerador, tendremos que $\frac{3}{4\times 6}$, es equivalente á $\frac{1}{6}$ de $\frac{3}{4}$ y para tomarlo 5 veces es preciso multiplicar el quebrado por 5, lo cual se consigue multiplicando sólo por el numerador, y tendremos $\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}=\frac{15}{24}$.—De donde se sacarán las dos reglas siguientes:

1ª—Para multiplicar un entero por un quebrado, se multiplica el entero por el numerador, dejando intacto el denominador;

2ª—Para multiplicar los quebrados, se multiplican entre sí los numeradores y entre sí los denominadores.

Advertencia.—Se hará ver á los niños que en la multiplicación de los quebrados, ó sea, *tomar quebrados de quebrados*, cuando son *propios*, el producto es menor que cada uno de los factores.

TAREAS PRÁCTICAS.

1º—Cuánto es $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{5}$?

2º—Cuánto es $\frac{3}{4}$ de \$ 80?

3º—Dar los $\frac{5}{6}$ de $3\frac{4}{7}$.

4º—Cuánto ha recibido un individuo á quien se han dado $\frac{5}{8}$ de \$ 720?

5º—Habiendo que pagar \$ 350 por una obra, cuánto se pagará por $\frac{5}{8}$ de ella?

6º—Calcular los $\frac{3}{5}$ de $29\frac{2}{3}$.

(13)

DIVISION DE LAS FRACCIONES COMUNES O QUEBRADOS.

Hemos visto que un quebrado es una división indicada, y que para multiplicar un quebrado por un entero, ó sea para hacer aquel tantas veces mayor, se multiplica el entero por el numerador (dividendo) dejando intacto el denominador (divisor). Para dividir un quebrado por un entero, haremos la operación contraria, multiplicaremos el denominador por el entero dejando intacto el numerador.

Del mismo modo se hará ver que para dividir un entero por un quebrado, se multiplica el entero por el quebrado invertido.

Empleando un razonamiento análogo al empleado para el desarrollo de la multiplicación, se explicará la división de un quebrado por otro, para sacar las reglas siguientes que repetirán los alumnos después de las tareas prácticas.

1ª—Para dividir un quebrado por un entero, se multiplica el denominador por el entero, dejando intacto el numerador;

2ª—Para dividir un entero por un quebrado, se multiplica el entero por el quebrado invertido, ó se multiplica el entero por el denominador del quebrado, y al producto se le pone por denominador el numerador;

3ª—Para dividir un quebrado por otro, se multiplica el 1º por el 2º invertido, ó se multiplican en cruz.

Advertencia.—Se hará notar á los niños la analogía entre las operaciones que entrañan las dos últimas reglas y la multiplicación de los quebrados.

TAREAS PRÁCTICAS

1º—Da una rueda 900 vueltas en $2\frac{3}{4}$, cuántas dará en una hora ?

2º—El número 36 es el producto de dos factores, uno de los cuales es $10\frac{5}{6}$, cuál es el otro ?

3º—Cuál es el número cuyos $\frac{3}{4}$ son 27 ?

4º—Siendo \$ 24 los $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{7}$ de una suma, cuál es esa suma ?

---

(14)

SISTEMA METRICO.

MEDIDAS DE PESO.

Para despertar en los niños la idea del peso, hágaseles pulsear algunos objetos, como piedras, mesas, etc., y pregúnteseles qué han notado al verificarlo.

Adquirida esta idea y la de la diferencia de peso de los objetos, se les indicará que para apreciarlo es preciso compararlo con el peso de determinado objeto, que entonces se toma por unidad.

Y cuál puede ser ese objeto? No una piedra de dimensiones fijas, porque su peso varía según las sustancias que entran en su composición; ni un pedazo de madera, porque hay también causas que modifican el peso de las maderas. Es el peso de un volumen determinado de agua el que se ha tomado por punto de comparación; pero como el agua se dilata á causa del calor, como puede observarse en una vasija que la contenga puesta al fuego, y entonces el mismo volumen pesa menos, ha sido necesario atender á su grado de calor ó sea á su temperatura, y se ha convenido en que esa temperatura sea la de la nieve en fusión, por encontrarse entonces el agua en su máximo de condensación.

Para fijar el volumen de esta agua, cuyo peso deba tomarse por unidad, se llena con ella un tarro cúbico de un centímetro por cada lado. Se da el nombre de *gramo* al peso de esta cantidad de agua.

El gramo es, pues, la unidad de las medidas de peso. Estas medidas se representan ordinariamente por medio de los metales, á los cuales se les da una figura adecuada. Pónganse á la vista de los niños y hágaselos distinguir al mismo tiempo que vayan formando, de la manera enseñada, los múltiplos y submúltiplos del gramo, que son:

Un decagramo (Dg) vale diez gramos.
Un hectogramo (Hg) ,, cien gramos.
Un kilogramo (Kg) ,, mil gramos.

Un miriagramo (Mg) vale diez mil gramos.

Un decigramo (dc) es la décima parte del gramo.

Un centigramo (cg) es la centésima parte del gramo.

Un miligramo (mlg) es la milésima parte del gramo.

De estas unidades, el gramo y el kilogramo son las de más frecuente uso, la primera para los pequeños pesos y la segunda para los grandes.

CUESTIONARIO.

—Cuál es la unidad de las medidas de peso ?

—Cómo se obtiene el gramo ?

—Por que se echó mano del agua para fijar la unidad de las medidas de peso ?

—Por qué debe estar el agua en su máximo de condensación ?

—Cómo se representan las medidas de peso ? Etc., etc.

EJERCICIOS.

—Cuánto pesa un centímetro cúbico de agua á la temperatura de la nieve que se derrite ?

—Qué dimensiones debe tener una vasija para que pueda contener á dicha temperatura una cantidad de agua que pese un kilogramo ?

—Cuánto pesa un metro cúbico de agua que tenga la misma condición ?

—En un granero se han echado tres sacos de trigo: el uno pesaba $60\frac{1}{2}$ kilogramos, el otro 25 kilogramos 50 centigramos, y el otro 38 kilogramos, 7 decagramos y 187 miligramos; cuánto pesa todo el trigo ?

—Había en un troj cierta cantidad de maiz y sobre ella se echaron $19\frac{6}{4}$ kilogramos del mismo grano; pesado todo, resultaron 512 kilogramos y 15 gramos; cuánto pesaba el maiz que había primero en el troj ?

—Un sol ó peso de ley pesa 25 gramos, cuánto pesarán 40 soles ?

CUARTO AÑO.

(1)

FRACCIONES DECIMALES

—Tenemos aquí un peso. En qué monedas está dividido el peso ?

—En diez décimos. (Como algún niño dirá que en 8 reales, se les recordará que cada peso tiene diez *dieces*, que llamaremos *décimos.)*

—En qué monedas se subdivide el décimo?

—En diez centavos.

—Qué viene á ser un centavo con respecto al peso?

—La centésima parte.

—Si cada centavo lo subdividimos en diez partes, cuántas partes tendrá un décimo?

—Cien partes.

—Y un peso?

—El peso contendrá mil.

—Cómo llamaremos esas partes con respecto al peso?

—Milésimas partes.

—Diremos, pues, que un peso tiene diez décimos, ó cien centésimos (ó centavos), ó mil milésimos. (Hágase repetir esto á los niños.)

—La división y subdivisión de la unidad en diez partes iguales, da lugar á otra clase de fracciones que tienen por denominador la unidad seguida de ceros; así, para representar un décimo escribiremos $\frac{1}{10}$, un centésimo $\frac{1}{100}$, un milésimo $\frac{1}{1000}$, etc. Por dividirse la unidad en diez partes, y cada una de estas partes subdividirse también en diez, las fracciones que resultan se llaman *decimales.* No se acostumbra, sin embargo, escribirlas como las fracciones comunes, sino en una sola línea, separándolas de los enteros por una coma.

Tenemos, por ejemplo, dos pesos y tres décimos de peso; escribiremos la cifra que representa los pesos y á la derecha, separada de una coma, la que representa la fracción, así: 2,3. Ahora, como cada décimo vale diez centavos, los tres décimos serán 30 centavos y escribiremos también así: 2,30; y todavía, como cada centavo lo podemos dividir en 10 partes iguales, tendremos 2,300 milésimos. Los décimos ocuparán, pues, el primer lugar después de la coma, los centésimos el segundo, los milésimos el tercero; y si seguimos, los diez milésimos, los cien milésimos, el cuarto y el quinto respectivamente.

Luego, toda cifra que sigue á la coma de los enteros representará los décimos ó décimas (que lo mismo es el masculino que el femenino para nombrar las fracciones), la segunda representará las centésimas, la tercera las milésimas, la cuarta las diez milésimas, la quinta las cien milésimas, etc. Así, cuando queremos representar dos pesos cinco centavos, como no hay décimos, ponemos en su lugar un cero, así: 2,05, ó sea 2,005 milésimos, ó 2,0005, que se lee: 2 enteros 5 diez milésimos. Como dos pesos tienen 200 centavos, suprimiendo la coma pondremos también el número anterior así: 205 centavos (centésimos), 2005 milésimos, etc. Por lo tanto, el número de cifras decimales, indicará el nombre de la última unidad subdécupla, partiendo de que una cifra da la 10ª, dos la 100ª, tres la 1000ª, etc. No habiendo enteros, se reemplazarán con un cero.

Así, 4 enteros 8 décimos, se escribe 4,8; y puede leerse suprimiendo la coma 48 décimos.

7 centésimas.........0,07
5 milésimas..........0,005
14 milésimas..........0,014
427 milésimas..........0,427

Este último puede leerse: 4 décimas, 2 centésimas y 7 milésimas.

Esto se comprenderá mejor por medio del siguiente cuadro, que se formará en el tablero, y en el cual se practicarán ejercicios análogos á los de la lección (1) del año anterior:

ENTEROS					DECIMALES					
Decena de millar	Millar	Centena	Decena	Unidad	Décima	Centésima	Milésima	Diez milésima	Cien milésima	Millonésima

En estos ejercicios se hará ver á los niños que una fracción decimal no altera de valor aun cuando se escriban ceros á su derecha; y que para hacer 10, 100, 1000, etc. veces mayor un número decimal, basta correr la coma 1, 2, 3, etc. lugares á la derecha, y al contrario para hacerlo menor.

EJERCICIOS.

1º—Cuál es el lugar de las centésimas después de la coma decimal ? — el de las milésimas ? etc

2º—Cómo se llama la unidad subdécupla que ocupa el primer lugar ?—la que ocupa el tercero, el sexto, el décimo, etc. ?

3º—Cuál es la última unidad subdécupla cuando hay dos decimales ?

4º—Cuál es la última unidad subdécupla cuando hay tres cifras decimales ?—cuando hay cuatro ?

5º— Cuántas cifras decimales se necesitan para que la última unidad subdécupla sean las centésimas ?—las milésimas ?—etc.

6º—Enunciar los números decimales siguientes: 0,1; 0,02; 0,003; 0,0004; 0,00005.

7º—0,3; 0,45; 0,07; 0,73.

8º—0,439; 1,7564; 45,3; 28,004.

9º—0,0008; 3,0780; 43,75640.

10º—0,00007; 1,450709; 0,0004700.

11º—Cuatro *unidades* veinte *centésimas;* cincuenta *unidades* setenta y cinco *centésimas;* quinientas siete *unidades* nueve *décimas;* veinte *unidades* sesenta *centésimas.*

12º—Treinta y cuatro *milésimas;* dos *unidades* cinco *milésimas;* cuarenta y ocho *unidades* quinientas dos *milésimas.*

13º—Ciento treinta y cuatro *diez milésimas;* cinco *enteros* nueve mil cuarenta y cinco *diez milésimas.*

Escribir las cantidades decimales siguientes:

14º—Treinta y nueve *décimas;* quinientas cuarenta y ocho *décimas;* nueve mil cuatro *centésimas;* mil setecientas tres *millonésimas;* cuarenta mil ventisiete *diezmilésimas.*

15º—Hacer diez veces mayor la cantidad 3,5.

16º—Hacer cien veces menor la cantidad 49,2.

17º—Hacer mil veces menor la cantidad 4983,7.

18º—Hacer cien veces mayor 0,7.—Hacer mil veces menor 0,09.

19º—Hacer mil veces mayor 2,70.

20º—Hacer diez mil veces menor 37,39.

21º—Cuántas décimas vale una decena?—Cuántas centésimas una centena?—Cuántas décimas la unidad de millar?—Cuántas centésimas un millón ? — Cuántas centésimas una centena de millar ?

22º—Cuál es la unidad cien veces mayor que la decena ?—Mil veces menor que la decena de millar ?—Cien veces menor que la decena ?—Mil veces mayor que la centena ?—Cien mil veces menor que la centena ?

(2)

SUMA DE LAS FRACCIONES DECIMALES.

La suma de las fracciones se efectúa lo mismo que la de los enteros, de modo que las unidades de un mismo orden queden en las mismas columnas verticales, lo que en esta clase de números se facilita por la coma que separa los enteros de los decimales, que debe quedar formando una vertical.

Ejemplo.—Queremos sumar las cantidades siguientes: 4,35; 25,32; 8.504; 480,20; 3,5.

```
  4,35
 25,32
  8,504
480,20
  3,5
———————
521.874   Suma.
```

PRUEBA. — Separando la partida 4,35 :

	25,32
	8,504
	480,20
	3,5
	517,524
	4,35
Suma igual	521.874

TAREAS PRÁCTICAS

1º—Un comerciante pagó $ 540 por 9 bultos de mercaderías ; por derechos de aduana y comisión $ 425.75 ; por gastos de trasporte á Limón $ 115.25 ; por bodegaje $ 27.40. Cuánto pagó ?

2º—Un comerciante ha sacado de su caja para gastos particulares: $ 35 para pagar el arrendamiento de la casa; $ 142 50 para alimentación de su familia ; $ 20.45 para pago de criados. Cuánto ha gastado en el mes?

3º—En una escuela se ha hecho una colecta para los pobres ; la sección elemental reunió $ 15.35 , la media $ 16.20 y la superior $ 28.94. Cuánto se reunió por todo ?

4º—Un impresor ha recibido las siguientes partidas por trabajos en la imprenta: $ 120, $ 32.80 $ 4.25, $ 9.60. Cuánto ha entrado en su caja ?

5º—Para hacer la prueba de una suma se separó la primera partida que es 348.2535. Siendo 1829,67873 la suma total de las partidas restantes, cuál es el total de los números restantes ?

(3)

RESTA DE LAS FRACCIONES DECIMALES

Esta operación se practica lo mismo que la de los enteros, cuidando siempre de que la coma forme la vertical.

Ejemplo: Restar 7,983 de 15,673.

$$\begin{array}{r} 15,673 \\ 7,983 \\ \hline 7,690 \\ \hline \end{array}$$

Prueba 15,673

Cuando uno de los números es entero. Ejemplo : De 345 quitar 23,50.

$$\begin{array}{r} 345,00 \\ 23,50 \\ \hline 321,50 \end{array}$$

Para facilitar la operación en este caso, se llenan con ceros los lugares que carecen de cifras.

Otros:

3,640	84,72	0,04783
0,789	36,60	0,01600
2,851	48,12	0,03183

TAREAS PRÁCTICAS

1º—De un saco en que había $ 564, se han sacado $ 48,35. Cuánto queda ?

2º—Cuánto ha ganado un comerciante que compró una yunta de bueyes en $ 95 y la vendió en $ 110,40 ?

3º—La suma de dos números es 125,480, siendo uno 13.20; cuál es el otro ?

4º—La temperatura de Limón es de 33° y la de San José de 20°50′. Cuál es la diferencia ?

5º—Dos estudiantes que emprendieron viaje hicieron bolsa común y reunieron $ 26,60. Uno de ellos puso $ 12,45. Cuánto puso el otro ?

(4)

MULTIPLICACION DE LAS FRACCIONES DECIMALES.

Tenemos $ 2,40 y queremos multiplicar esta cantidad por 6. Como la expresada suma de $ 2,40 equivale á 240 centavos, hacemos la multiplicación como si fueran números enteros, así:

240
6
———
1440

El producto son centavos, luego para reducirlos á pesos dividiremos por 100 centavos que tiene el peso, y nos dará, separando dos cifras, $ 14,40 que es el verdadero producto. Luego:

Para multiplicar un número decimal por un entero, se hará la operación prescindiendo de la coma; esto es, como si fuesen enteros solamente, y del producto se separan tantas cifras como decimales haya en el multiplicando ó en el multiplicador.

Otros ejemplos: $3{,}84 \times 56$; $250 \times 2{,}50$

3,84
56
———
2304
1920
————
215,04

250
2,50
———
000
1250
500
————
625,00

Cuando tanto en el multiplicando como en el multiplicador hay decimales, se hace la multiplicación como en los casos anteriores y se separan en el producto tantas cifras como haya en ambos factores.

Ejemplo: $4{,}27 \times 3{,}50.$

$$\begin{array}{r} 427 \\ 350 \\ \hline 000 \\ 2135 \\ 1281 \\ \hline 14{,}9450 \end{array}$$

La prueba se practica efectuando de nuevo la operación invirtiendo el orden de los factores.

TAREAS PRÁCTICAS.

1º—Por $ 0,15 se compra un portaplumas, cuánto costarán 3 docenas de portaplumas de la misma clase?

2º—Cuánto cuestan 75 sacos de café á $ 42,25 el saco?

3º—Una máquina hace cada día cierta cantidad de tela que vale $ 148,35. Cuánto valdrá la tela que hace en 86 días?

4º—Cuál es el número 44 veces mayor que 5,5?

5º—Se distribuyó una suma entre 24 personas, de las cuales cada una recibió $ 3,75. Cuál fué la suma repartida ?

(5)

DIVISION DE LAS FRACCIONES

Para dividir decimales por enteros, se procede como si el dividendo fuese entero, y al acabar de dividir la parte entera y puesta á la derecha del residuo la primera cifra decimal, se escribe la coma en el cociente, y se continúa la división hasta que se hayan agotado todas las cifras del dividendo.

Ejemplo: Dividir 1710,31 por 53.

		PRUEBA
1710,31	53	
120	32,27	32,27
143		53
371		———
0		96,81
		1613 5
		———
		1710,31

Hecha la división de la parte entera y obtenido el cociente 32, quedan 14 enteros que valen 140 décimas, y 3 que hay en el dividendo, son 143 décimas, que también se trata de dividir en 53 partes iguales: obtengo 2 décimas; pero antes de escribir al cuociente la cifra 2, debo poner la coma para que esa cifra represente realmente las décimas, y la división continúa como se ha visto.

Cuando la operación no sale exacta, se continúa hasta donde sea necesario para obtener el grado de aproximación que se le quiera dar.

Para dividir decimales por decimales, se corre la coma en el dividendo tantos lugares hacia la derecha, cuantas cifras decimales haya en el divisor, se prescinde de la coma en el divisor y se ejecuta la operación sobre los números así modificados.

Ejemplo: Dividir 0,45 por 3,5.

9,45 | 35
2 45   2,7
00

PRUEBA

3,5
2,7
24 5
70
9,45

Cuando el dividendo no tiene cifras decimales, se suplen con ceros. Así, la division 36 por 0,128 es la misma de 3600 por 128; y la de 49 por 2,56 es la misma que 4900 por 256.

TAREAS PRACTICAS.

1º—Se quieren repartir 29,50 entre 3 personas. Cuánto le toca á cada una?

2º—Cuál es el número cuyas 24 décimas son 12 ?

3º —He pagado $ 67,50 á cierto número de obreros, y cada uno ha recibido $ 2,50. Cuántos eran los obreros ?

4º—Habiendo dividido 0,0048 por cierto número, y hallado un cociente de 0,00016, se quiere saber cuál es el divisor.

5º—Ha recibido un pintor $ 4,50 por cierto número de letras que pintó á $ 0,15 cada una; cuántas pintó ?

(6)

CUOCIENTE COMPLETO O APROXIMADO POR DECIMALES.

Cuando da resíduo la división de los enteros, puede completarse el cuociente ocurriendo á los decimales.

Se quieren dividir $ 35 entre 4 personas.

$$\begin{array}{r|l} 35 & 4 \\ \cline{2-2} 30 & 8{,}75 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

Después de obtener por cuociente 8 y por resta 3, reduzco á décimas las 3 unidades, lo que se hace agregándole al 3 un cero; divido 30 décimas por

4, lo que da 7 décimas, que escribo en el cociente á la derecha de los 8 pesos separándolo con la coma, reduzco á centésimas las 2 décimas restantes agregando un cero al 2, y dividiendo 20 centavos (centésimas) por 4, obtengo 5 centavos (centésimas) por cociente y 0 por resíduo. Es, pues, 8,75 el cociente completo, y $ 8,75 lo que le tocó á cada persona

Acontece á menudo que la división continuada con decimales no sale exacta, y en tal caso no puede expresarse el cociente por un número decimal finito; pero se puede obtener con el grado de aproximación que se quiera.

Ejemplo: Dividir 42 por 13.

```
42 | 13
 30   3, 230769  230 769. . .
  40
   100
     90
     120
       3
```

No termina la división, y da lugar á un cociente en el cual las cifras 230769 se reproducen continua y periódicamente en un mismo orden.— Al suspender la operación en la primera, en la segunda, en la tercera, &c. cifra, se tendrá un cociente más y más aproximado al verdadero, así:

3,2; 3,23; 3,2307 son exactos en menos de una décima, de una centésima, de una diezmilésima, &c.

Si se quisiese tener un cociente aproximado en menos de una diezmilésima, se aumentaría la última cifra 7, y se tomaría 3,2308. En efecto, tomando por cociente 3,2307, se cometería un error *por defecto*, mayor que el que se cometería *por exceso* aumentando el cociente en un *diezmilésimo*.

Queremos, por ejemplo, hallar el cociente aproximado de dividir á 5,832 por 8 en menos 0,001. Dividimos 5,832 por 8; el cociente entero es 729. En este caso, 729 es el mayor número de unidades cuyo producto por 8 es contenido en 5,832.— Luego 729 milésimos ó 0,729, es el mayor número de milésimas cuyo producto por 8 está contenido en 5,832 milésimas ó sea en el dividendo. De lo que se deduce que:

Para hallar el cociente de un número decimal por un entero, en menos de una unidad del último orden decimal del dividendo, se prescinde de la coma en el dividendo y se divide como si fueran números enteros, separando después, de la derecha del cociente, tantas cifras decimales como tenía el dividendo primitivo.

Ejemplo: Hallar el cociente de 265,28 dividido por 43, en menos de 0,01.

```
265,28 | 43
       ------
    72   6,16
   298
    40
```

El cociente es 6,16.

TAREAS PRÁCTICAS.

1º Cuál es el número 8 veces menor que 36 ?

2º Qué número es preciso multiplicar por 18 para formar 60 ?

3º Una persona compró un trozo de carne que le cuesta $ 680. Siendo el precio de la carne $ 4,25 por arroba, cuánto pesa dicho trozo en menos de 0,001 ?

4º He enviado á un zapatero $ 870 para que él me remita 750 pares de botines; cuánto vale cada par ?

5º He vendido 48 sacos de café en $ 696; quiero saber á cómo he vendido cada saco.

(7)

MEDIDAS AGRARIAS

Vimos en la lección (21) del 2º grado las medidas que se emplean para valuar las superficies en general. Ahora vamos á conocer otras medidas de superficie que, por estar destinadas particularmente á la mensura de los campos, se llaman *agrarias*.

—Antonio, para qué sirven las medidas agrarias ?

Hemos visto que para valuar una longitud ó una superficie cualquiera ha sido preciso tomar por término de comparación una cantidad á que se ha llamado *unidad*, que en las medidas lineales es el metro, y en las cuadradas el metro cuadrado.—Pues de la misma manera, para medir los campos se toma por unidad un cuadrado de un decámetro ó diez metros por cada lado, el cual toma el nombre de *area*.

—Cuál es, pues, la unidad de las medidas agrarias?

—Qué es el área.

—Repita toda la clase: El área es un cuadrado que tiene por cada lado diez metros ó un decámetro; su valor son, pues, cien metros cuadrados. Se forman las medidas superiores é inferiores al área del mismo modo que en las medidas anteriores.

Una decárea (Da) vale 10 áreas, y como cada área vale cien metros cuadrados, la decárea valdrá también 1,000 metros cuadrados.

Una hectárea (Ha) vale 100 áreas ó 10,000 metros cuadrados.

Una kiloárea (Ka) vale 100 áreas ó 100.000

Una miriárea (Ma) ,, 10,000 ,, ó 1.000,000

Una deciárea (da) es la décima parte del área ó 10 metros cuadrados.

Una centiárea (ca) es la centésima parte del área ó un metro cuadrado.

Una miliárea (ma) es la milésima parte del área ó un decímetro cuadrado.

Las medidas agrarias de más frecuente uso son el área, la hectárea y la centiárea.

(Aquí un cuestionario del mismo tenor que los anteriores.)

EJERCICIOS.

Cuál es en áreas la suma de 625 ca. 5,375 A, 93 Ha. y 100 Da ?

Explicaciones: 625 ca	=	6,	25	A.
5375 A	=	5,375,	00	,,
93 A	=	9,300,	00	,,
100 da	=	10,	00	,,
		1,5681,	25	A.

Cuál es en hectáreas la suma de 9 Ka, 42 Ha, y 100 Da ?

Cuál es la diferencia entre 46 Ha y 47 da ?

Explicación:

46 Ha	=	46,000	deciáreas.
47 da	=	47	deciáreas.
		45,953	deciáreas.

Continúense los ejercicios.

(8)

MEDIDAS CUBICAS O DE SOLIDEZ

El maestro presentará á los niños un pedazo de madera, un ladrillo ú otro objeto adecuado y preguntará:

—Cuántas dimensiones tiene este objeto?

—Ese objeto tiene tres dimensiones.

—Cuáles son las 3 dimensiones de este objeto?

—Las tres dimensiones de este objeto son longitud, latitud y grueso.

—Señale, Juan, la latitud, la longitud, el grueso de este objeto.

—Todo objeto que contenga las tres dimensiones se llama cuerpo, sólido ó volumen.

Indiquen los alumnos otros sólidos.

—A qué se da, pues, el nombre de sólido?

Para mayor inteligencia de estas medidas, el maestro presentará á los alumnos un cubo que él mismo ha podido formar de madera ó barro.

—Cómo se llama este objeto?

—Ese objeto es un sólido.

—Por qué se da á este objeto el nombre de sólido?

—Porque tiene las tres dimensiones.

—Si comparamos entre sí las tres dimensiones de este sólido, qué resulta?

—Resulta que son iguales.

—Qué figura tiene cada una de las caras ó superficies de este sólido?

—La de un cuadrado perfecto.

—Contemos ahora las caras que tiene. (El maestro señalará y los niños contarán.)

—Cuántas caras ó superficies tiene este sólido?

—Tiene seis caras.

El cuerpo ó sólido que se contiene entre seis cuadrados perfectos, y que por consiguiente tiene iguales las tres dimensiones de largo, ancho y alto, se llama *cubo.*

Repitan todos lo que es el cubo.

Veamos cómo se halla el valor de un cubo.—Si el que aquí tenemos midiera un metro de largo, otro tanto de ancho é igual cantidad de alto, diriamos que este cubo valía *un metro cúbico.* El metro cúbico es la unidad de las medidas para los cuerpos, las cuales se llaman *medidas cúbicas ó de solidez.* Pero este cuerpo no alcanza á valer un metro cúbico (mídalo el maestro), pues sólo tiene de largo, ancho y alto un decímetro.

—Cuánto vale, por tanto, este cubo?

—Vale un decímetro cúbico.

Marquemos con líneas los centímetros que tiene de largo, ancho y alto: resulta que tiene diez centímetros por cada lado; y si los contamos á lo largo, á lo ancho y á lo alto, en el sentido de las líneas trazadas, obtendremos mil cubos pequeños, cada uno de los cuales vale un centímetro cúbico, puesto que tiene un centímetro de largo, uno de ancho y uno de alto.

Conviene verificar la operación, al menos para sacar un centímetro cúbico.

Este mismo resultado lo habríamos obtenido multiplicando los 10 centímetros de largo por los 10 de ancho, lo que da 100, y este producto por 10 de alto, que da 1,000 centímetros cúbicos.

En general, para hallar el valor de un cubo se multiplica lo largo por lo ancho y este producto por lo alto.

—Cómo se halla el valor de un cubo ?

—Cuál sería el valor de un cubo que tuviese 2 metros por cada lado ?

—Cómo se forman las unidades superiores al metro cúbico ?

—Cómo se forman las inferiores ?

—Qué es un decámetro cúbico ?

—Un cubo que tenga por cada lado diez metros.

—Cuánto vale, pues, un decámetro cúbico ?

Así con las demás medidas.

A medida que los niños vayan hallando el valor de las unidades superiores é inferiores, el maestro irá formando en el tablero el siguiente cuadro :

Un decámetro cúbico (Dmcb) vale 1000 metros cúbicos. (10 × 10 × 10.)

Un hectómetro cúbico (Hmcb) 1.000,000 1000 × 1000 × 1000.)

Un kilómetro cúbico (Kmcb) 1,000.000,000 1,000 × 1,000 × 1,000.

Un miriámetro cúb. (Mmcb.) 1²000.000.000,000 (10,000 × 10,000 × 10,000.)

Un decímetro cúbico (dmcb) es la milésima parte del metro cúbico.

Un centímetro cúbico (cmcb) es la millonésima parte del metro cúbico.

Un milímetro cúbico (mmcb) es la milmillonésima parte del metro cúbico.

EJERCICIOS

Cuál es en centímetros cúbicos la suma de 3, 18 mcb, 39 dmcb, 190 cmcb y 1, 4 mcb?

Explicación: 3, 18 metros cúb. =3180000 cent. cúb.

39	decí. cúb. =	39000
190	ce. tí. cúb. =	190
1,4	metros cúb. =	1400000
		4619190

centímetros cúbicos.

—Cuál es en metros cúbicos la suma de 35 Kmcb, 137 mcb y 7, 196 mcb?

—Cuál es la diferencia entre 1 mcb. y 2 dmcb ?

1 metro cúbico	=	1000 decímetros cúbicos.
2 decímetros cúb.	=	2 decímetros cúbicos.
		998 decímetros cúbicos.

—Cuál es la diferencia entre 40 mcb. y 1817 dmcb ?

Contintúense los ejercicios.

(9)

MEDIDAS PARA LA LEÑA Y MADERAS DE CONSTRUCCION.

Si se colocan con igualdad pedazos de leña ó madera, unos sobre otros, de modo que formen una pila cúbica de un metro por cada lado, se tendrá el *esterio* que es la unidad de las medidas para la leña y maderas de construcción.

Un decaesterio	(De) vale	10 esterios.
Un hectoesterio	(He) vale	100 esterios.
Un kiloesterio	(Ke) vale	1,000 esterios.
Un miriaesterio	(Me) vale	10,000 esterios.

Un deciesterio (de) es la décima parte de un esterio, ó cien decímetros cúbicos.

Un centiesterio (ce) es la centésima parte de un esterio, ó diez decímetros cúbicos.

Un miliesterio (me) es la milésima parte de un esterio, ó un decímetro cúbico.

En la práctica sólo se usa el esterio.

CUESTIONARIO

—Qué es el esterio ?

—Cuántas veces mayor es el decaesterio que el esterio ?

—Cuántos deciesterios vale un esterio ? Centiesterios ? Miliesterios ?

—Cuántos metros cúbicos vale un decaesterio? Un hectoesterio ?

EJERCICIOS

Cuál es en esterios la suma de 3 Ke, 1 He; 41 Ke, 3 De; 146 ce y 31 De ?

Explicación: 3 Ke 1 He = 3100 esterios.
41 Ke 3 De = 41030 Id.
146 ce = 1,46 Id.
31 De = 310,00 Id.

44.441,46 Id.

Un traficante en maderas ha hecho las si guientes ventas en 4 días sucesivos: en el prime ro vendió 39 esterios 7 deciesterios ; en el segundo 66 esterios 1 deciesterio ; en el tercero 94 esterios 5 deciesterios, y en el cuarto 28 esterios 6 deciesterios ; cuánto vendió en los cuatro días ?

De 396 esterios 5 deciesterios de leña que tenía, he vendido 56 esterios 8 deciesterios ; cuánta leña me queda todavía ?

MEDIDAS DE CAPACIDAD

El maestro introducirá, en presencia de los niños, un objeto en un poco de agua ú otro líquido, y sacandolo luégo, preguntará :

—Qué se observa en este objeto que acabo de sacar del agua ?

—Que ha quedado mojado.

Pues bien : aquellos fluidos, como el agua, la leche, que mojan y se adhieren á los cuerpos sumergidos en ellos, se llaman *líquidos*.

Citen los alumnos otros líquidos : el aguardiente, el vino, etc.

—Cómo se conoce que el vino es líquido ?

Repitan todos lo que se entiende por líquido.

A los granos, como el maíz, el trigo, se les podrá dar el nombre de líquidos ?

—En dónde se colocan ordinariamente los

líquidos y los granos ?—En vasijas.—Para averiguar la cantidad de líquido ó de grano contenidos en una vasija los mediríamos, adoptando previamente una unidad de medida que podría ser un vaso ó un cajón de dimensiones convenientes. Las medidas para los líquidos y los granos se llaman de capacidad, porque pueden contenerlos.

Para uniformar el uso se ha convenido en adoptar como unidad de las medidas de capacidad un cajón cúbico de un decímetro por cada lado al cual se ha dado el nombre de *litro.*

Es muy importante poner la medida á la vista de los alumnos, ó al menos dibujarla en el tablero siempre que sea posible, para que ellos repitan el dibujo en las pizarras.

Conocida la unidad de las medidas de capacidad, formen los alumnos las unidades superiores é inferiores é indiquen su valor.

Un decalitro (Dl) vale 10 litros.
Un hectolitro (Hl) ,, 100 ,,
Un mirialitro (Ml) ,, 10,000 ,,
Un decilitro (dl) es la décima parte del litro.
Un centilitro (cl) es la centésima ,, ,,
Un mililitro (ml) es la milésima ,, ,,

El litro, el decalitro y el hectolitro son las medidas de capacidad de más frecuente uso.

CUESTIONARIO

—Cuáles son las medidas llamadas de capacidad ?

—Para qué se emplean ?

—Cuál es la unidad de estas medidas ?

—Qué es el litro ?

—Cuántos litros tiene un decalitro, un hecto litro, un kilolitro, un mirialitro ?

—Cuántos decilitros tiene un litro ?

—Cuántos centilitros tiene un decilitro ?

—Si el litro es un tarro cúbico de un decímetro por cada lado, cuáles serán las dimensiones del decalitro, del hectolitro, etc.

EJERCICIOS

1º Si á 35 hectolitros de maíz que se encuentran en un granero, se agregan 992 decalitros, cuántos litros contendrá el granero ?

2º En un tonel se han depositado primero 12 hectolitros de vino, luego 6 decalitros 9 decilitros y últimamente 26 litros 18 centilitros ; á cuánto asciende en litros el licor depositado ?

3º De un tonel que contiene 175 hectolitros de aguardiente han sacado 2,672 litros ; cuánto aguardiente queda en el tonel ?

METROLOGIA ANTIGUA

Habiendo indicado al tratar del sistema métrico decimal, el camino que debe seguirse para enseñar á los niños las varias especies de medidas, y teniendo ya ellos ideas formadas acerca de las magnitudes de los objetos, basta en esta segunda parte de la metrología dar el cuadro de las pesas y medidas del sistema antiguo. El maestro tendrá cuidado de recordar á los alumnos la aplicación de ellas, y en cuanto á las medidas de capacidad les hará notar que en este sistema las hay separadamente para los líquidos y para los granos.

MEDIDAS LINEALES

La unidad de estas medidas es la *vara*, base del sistema.
Una vara tiene 3 tercias ó 4 cuartas.
Una tercia tiene 12 pulgadas.
Una cuarta tiene 9 pulgadas.
Una pulgada tiene 12 líneas.

Como la vara tiene 836 milímetros, la relación entre el metro y aquella medida, será de $\frac{1000}{836}$; es decir, que un metro vale $\frac{1000}{836}$ de vara. Luego:

Para reducir metros á varas se multiplica por mil el número de varas y se divide por 836; y al contrario, para reducir varas á metros, se multiplica por 836 y se divide por 1000.

Hay otra medida empleada en el comercio de telas, la *yarda*, que tiene 91 centímetros, luego su relación con el metro está representada por $\frac{100}{91}$

MEDIDAS CUADRADAS O DE SUPERFICIE

Unidad, la *vara cuadrada.*
Una vara cuadrada 16 cuartas cuadradas.
Una cuarta cuadrada tiene 81 pulgadas cuadradas.
Una pulgada cuadrada tiene 144 líneas cuadradas.

Como el metro cuadrado tiene 1.000,000 de milímetros, y la vara 698,896 (836×836), para reducir la una medida á la otra, se practica una operación análoga á la que se hizo con las medidas lineales.

MEDIDAS DE PESO

Unidad, la *libra.*
Una arroba, 25 libras
Un quintal, 4 arrobas.
Una tonelada, 20 quintales.
La libra se divide en 16 onzas.
La onza en 16 adarmes.
El adarme en 3 tomines.
El tomín en 12 granos.
Como la libra tiene 460 gramos, para reducir aquella me-

dida á kilogramos, se multiplica el número de libras por 460 y el producto se divide por 1,000 gramos que tiene el kilogramo, y á la inversa, cuando se quiere reducir kilogramos á libras.

MEDIDAS DE CAPACIDAD PARA LIQUIDOS

Unidad, la botella.
Un galón tiene cinco botellas.
Una botella tiene dos medias.
Y una media dos cuartos.

Como la botella contiene 64 centilitros, para reducir botellas á litros, [illegible] multiplica el número de botellas por 64 y se divide por 100 centilitros que tiene el litro; é inversamente para la otra reducción.

MEDIDAS AGRARIAS

Unidad, la *manzana* ó fanegada, que es un cuadrado que tiene 100 varas por cada lado.

La manzana tiene dos medias (50x100 varas).
Cada media, 2 *solares* (50x50 varas).
El solar tiene 2 medios solares.
El medio solar tiene 1250 varas cuadradas ó sean 25 varas por un lado y 50 por otro.

La relación entre la hectárea y la manzana es de $\frac{10,000}{6.988\text{-}96}$
Las reducciones se harán por medio de una operación análoga á la que se hizo para las medidas cuadradas ó de superficies menores.

MEDIDAS DE CAPACIDAD PARA LOS GRANOS

Unidad, la *cajuela.*

Una fanega tiene 24 cajuelas.

Una cajuela 4 cuartillos.

Un cuartillo 2 medios cuartillos.

La cajuela contiene, 16 litros y 66 centilitros, de modo que la reducción de estas medidas se referirá al hectolitro, cuya relación con la cajuela será de $\frac{100}{16.66}$, fórmula análoga á las anteriores y que servirá para hacer las reducciones.

MEDIDAS ITINERARIAS

La legua que equivale á 6,666 varas y 2[3

La milla que equivale á 2,222 varas y 2¦9

Una cuadra equivale á 100 varas.

MEDIDAS VARIAS

Hay otras medidas muy usuales que es necesario conocer. Las principales son :

La *toesa,* medida de longitud, francesa. Se divide en 6 piés, cada pie en 12 pulgadas, cada pulgada en 12 líneas. — Equivale á 1 metro 95 centímetros.

La *milla,* medida de longitud que equivale á la tercera parte de una legua.

El *estadal,* medida española que equivale á 2 brazas, y cada braza á 2 varas. En metros; 3.20.

El *nudo,* medida marina que equivale á 1,852 metros.

La *cántara,* medida de capacidad que equivale 8 litros.

El *azumbre,* id. 1 litro.

El *castellano*, que se emplea para pesar el oro y se divide en 12 tomines. El castellano equivale á 5 gramos.

El *quilate*, unidad de peso que se emplea para medir el grado de pureza del oro y las piedras preciosas. Cinco quilates forman un gramo. El oro puro tiene 24 quilates.

....

SISTEMA MONETARIO

Al enseñar este sistema á los niños, el maestro debe enseñarles las monedas y aun verificar su peso.

Las monedas que actualmente se acuñan en Costa Rica son las siguientes:

DE PLATA

El peso de 25 gramos (salvo el feble tolerado) de ley (*) de 0.666 y de diez décimos de valor nominal.

El *medio peso (cuatro)*, moneda de 12.50 grs. y de la misma ley, su valor nominal cinco décimos de peso ó 4 reales.

Las piezas de dos décimos y medio (dos reales ó *pesetas*), y de un décimo *(diez)* de 25 y 10 centavos, respectivamente, de la misma ley y de un peso proporcional.

Las piezas de cinco centavos *(cincos)*.

Los centavos de cobre.

La Ley nº 3 de 23 de Octubre de 1896, establece como unidad monetaria el COLÓN, de 778 miligramos de oro de 900 milésimos de fino.

(*) Llámase *ley* en las monedas la relación que existe entre la medida del oro ó plata pura y la del cobre que contienen. La ley universal es la de 900 milésimos de oro ó plata y 100 de cobre. Es la buena ley.

MONEDAS DE OTR S PAÍSES

La unidad de moneda en Venezuela se llama *bolívar*, que equivale á 20 centavos. En los demás países de América la unidad de moneda es el *peso* de diez décimos y de 25 gramos de peso. El de los Estados Unidos se llama *dollar*. En Chile y Perú se llama *sol*, en Méjico *duro* y en el Ecuador y Bolivia, *sucre*.

La unidad de moneda en el Brasil es el *reis*, puramente nominal, pues 1,000 reis equivalen á algo más de un peso.

El *franco*, unidad de la moneda francesa. Vale 20 cts.

El *florín*, moneda holandesa que equivale á 40 centavos

El *marco*, moneda alemana que equivale á 25 centavos.

La *libra esterlina*, moneda inglesa que equ[illegible] 20 chelines (moneda de 25 centavos plata). Cada chelín está dividido en 12 peniques, moneda de cobre equivalente á 2 cts.

La *lira*, unidad de moneda italiana, de plata, vale 20 cts.

La *dracma*, unidad monetaria griega equivalente á 20 cts.

El *rublo*, unidad monetaria rusa, equivalente á 25 cts.

INDICE DE ESTA OBRA

Segundo Año

ERRATAS NOTABLES

Página 174, línea 12, donde dice: "Dividir 0.45" etc., debe leerse: dividir 9.45 etc.

Página 184 línea 4ª: en lugar de "1,000 × 1,000 × 1,000" debe ser: 100 × 100 × 100.